

РАБОЧАЯ БИБЛИОТЕКА



КИРШКЕ, Альфред, инж.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЧЕРЧЕНИЕ.



Государственное Техническое Издательство.

Москва — 1926 г.

КИРШКЕ, Альфред, инж.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЧЕРЧЕНИЕ.

Пособие для техников, чертежников, технических школ и самостоятельного изучения.

ПЕРЕВОД С НЕМЕЦКОГО.

ДОБАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКА

**М. А. НИКУЛИНА.**

С 150 чертежами в тексте.



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО.

Москва — 1926 г.

# Государственное Техническое Издательство.

Москва, Ильинка, Юшков пер., 6. Телеф. 2-56-34.

- Александров, В. А., проф. Практические работы по электротехнике. М. 1923 г. 521 стр. 341 рис. Ц. 5 р.
- Его же. Электрическое оборудование современных автомобилей и мотоциклов. М. 1923 г. 192 стр. 197 рис. Ц. 2 р. 20 к.
- Его же. Что должен знать каждый, имеющий электричество или желающий устроить его у себя. М. 1925 г. 136 стр. 111 рис. Ц. 85 к.
- Его же. Новые меры. Практич. руководство для всех к переходу со старых мер на новые. М. 1924 г. 128 стр. 19 рис. Ц. 35 к.
- Вальер, К. Руководство по механическому делу. М. 1923 г. 400 стр. 240 рис. Ц. 2 р. 60 к.
- Винogradов, В. А. Технология дерева. М. 1926 г. 148 стр. 181 рис. Ц. 80 к.
- Его же. Технология металлов. М. 1926 г. Изд. 2-е; 392 стр. 180 рис. Ц. 2 р. 60 к.
- Власов, И. Д., Краткий курс электротехники слабых токов. М. 1923 г. 120 стр. 181 рис. Ц. 1 р.
- Его же. Краткий курс химии. М. 1923 г. 39 стр. 43 рис. Ц. 70 к.
- Гайзберг. Справочник для монтеров электрических установок. Под ред. проф. В. А. Александрова. М. 1924 г. 384 стр. 224 рис. Ц. 2 р. 50 к.
- Гос. Общезап. Ком. СТО. Декрет об электрификации РСФСР с картой. М. 1922 г. Ц. 40 к.
- Гебель, В. Я. Метрическая система мер и десятичные дроби. Самоучитель для взрослых. М. 1926 г. 48 стр. Ц. 30 к.
- Его же. Сборник примеров и задач на новые меры. Для школ и самообучения. М. 1926 г. 36 стр. Ц. 25 к.
- Грибов, И. В., проф. Автомобильное хозяйство. Организация. Гаражи. Мастерские. М. 1924 г. 144 стр. 130 рис. Ц. 1 р. 30 к.
- Генлер, В., инж. Токарное дело и его инструменты. В. 1922 г. 379 стр. 319 рис. Ц. 4 р. 75 к.
- Данилов, Ф. А. Как организовать предварительные работы по устройству водопроводов в городе или поселке. М. 1922 г. 39 стр. Ц. 30 к.
- Дрейер, Л. В., проф. Электрическое освещение фабрично-заводских зданий. М. 1922 г. 39 стр. 22 рис. Ц. 30 к.
- Зетов, А. К., инж. Устройство и оборудование маслобойных заводов. М. 1923 г. 60 стр. 35 рис. Ц. 35 к.
- Иванов, И. Ручная обработка металлов. М. 1921 г. 123 стр. 135 рис. Ц. 60 к.
- Кавек, И. Двигатели Дизеля. Руководство к установке и уходу. М. 1926 г. Изд. 2-е. 120 стр. 62 рис. Ц. 75 к.
- Кириллов, Д. Как обращаться с примусом, чтобы он служил долго и был безопасен. М. 1925 г. 16 стр. 5 рис. Ц. 10 к.
- Комаров, С. Р., инж. Хладотехника. М. 1922 г. 248 стр. 81 рис. Ц. 1 р.
- Куликовский, Г. И. Копирование посредством света: карт, планов, чертежей и т. п. на солях железа, серебра, хрома. М. 1925 г. Изд. 4-е. 48 стр. 19 рис. Ц. 35 к.

с разрешения Гостехиздата  
репечатка не допускается.



# ОГЛАВЛЕНИЕ.

	стр.
Предисловие . . . . .	5
Введение . . . . .	5
<b>Глава I. Инструменты, приборы и материалы для черчения .</b>	<b>7</b>
1. Описание чертежных инструментов, приборов и материалов . . . . .	7
2. Обращение с чертежными инструментами и приборами и уход за ними . . . . .	16
<b>Глава II. Общие правила и приемы . . . . .</b>	<b>20</b>
3. Основные приемы и правила черчения . . . . .	20
4. Нормальный технический шрифт . . . . .	24
<b>Глава III. Прямые линии и углы . . . . .</b>	<b>27</b>
5. Характер и значение линий на чертеже . . . . .	27
6. Упражнения с угольником и линейкой. Прямолинейные плоские узоры . . . . .	28
7. Построение перпендикулярных и параллельных линий . . . . .	30
8. Деление прямых линий и углов . . . . .	31
9. Построение пропорциональных линий . . . . .	32
10. Симметрия и симметричные построения . . . . .	36
11. Задачи на решение треугольников . . . . .	37
<b>Глава IV. Окружности. Вписанные и описанные многоугольники . . . . .</b>	<b>40</b>
12. Окружности, вписанные в треугольник и описанные около него . . . . .	40
13. Построение касательных к окружности. Развертывание окружности . . . . .	42
14. Деление круга. Построение вписанных и описанных правильных многоугольников . . . . .	46
15. Построение правильных многоугольников по заданной стороне . . . . .	52

	стр.
<b>Глава V. Сочетание окружностей. Спираль . . . . .</b>	<b>54</b>
16. Переход одной окружности в другую окружность и в прямую . . . . .	54
17. Спираль . . . . .	56
<b>Глава VI. Общее о кривых. Построение касательных и нор- малей к кривым . . . . .</b>	<b>58</b>
18. Плоские кривые. Круг кривизны. Поворотная и двойная точки . . . . .	58
19. Построение касательных и нормалей к кривым . . . . .	62
20. Эволюта и эвольвента . . . . .	66
<b>Глава VII. Кривые конических сечений. Эллипс, парабола, гипербола . . . . .</b>	<b>68</b>
21. Эллипс . . . . .	68
22. Парабола . . . . .	78
23. Гипербола . . . . .	84
24. Круги кривизны кривых конических сечений . . . . .	88
<b>Глава VIII. Циклические кривые или рулеты . . . . .</b>	<b>94</b>
25. Циклоида . . . . .	94
26. Эпициклоида . . . . .	97
27. Гипоциклоида . . . . .	98
28. Эвольвента (развертка круга) . . . . .	100
29. Применение циклических кривых для построения профи- лей зубцов . . . . .	101
<b>Глава IX. Масштабы и черчение в масштабе . . . . .</b>	<b>103</b>
30. Масштабы . . . . .	103
31. Черчение в масштабе . . . . .	109
32. Транспортёр и черчение углов . . . . .	110

## Предисловие.

Выгодной особенностью этого руководства по геометрическому черчению Альфреда Киршке являются методичность, ясность изложения и рельефность иллюстрирующих его чертежей. Все приводимые в книге построения отличаются наглядностью, простотой и носят практический характер.

Знакомя с основами черчения, эта книга может быть не только широко использована в технических школах всех типов, но окажется также весьма полезной и для самостоятельного изучения.

Имея в виду последнюю категорию читателей (изучающих черчение самостоятельно), редакция несколько дополнила русское издание книги по сравнению с немецким оригиналом ее, дав в первых двух главах необходимые для чертежника сведения о чертежных инструментах, приборах и материалах, об уходе за ними, а также основные правила и приемы черчения. Сделаны, кроме того, некоторые добавления о пропорциональных линиях, о масштабах и черчении в масштабе.

## Введение.

Чертежем называется изображение предмета на данной плоской поверхности (например, на бумаге), построенное с помощью линейки, масштаба, циркуля и других чертежных инструментов. Искусство воспроизводить чертеж называется черчением.

При помощи чертежа можно точно и наглядно изображать как различные геометрические фигуры и тела, так даже и са-

мые сложные технические сооружения (машины, постройки и проч.) и строение местности.

В зависимости от характера изображаемых на чертеже предметов, искусство черчения подразделяется на специальные отделы, каждый из которых выполняет определенную группу построений.

1. Геометрическое черчение занимается изображением плоских геометрических фигур, все точки которых расположены в плоскости чертежа.

2. Начертательная геометрия или проекционное черчение изучает построение чертежа предметов, занимающих определенное положение в пространстве, как, например, не лежащих в плоскости чертежа геометрических фигур, геометрических тел и соответствующих этим телам технических предметов.

3. Техническое черчение рассматривает расчет и построение чертежа всевозможных деталей предметов применяемых и изучаемых в технике. Техническое черчение охватывает различные области техники в соответствии с чем, в свою очередь, подразделяется на архитектурное черчение, инженерное черчение, машиностроительное черчение, топографическое черчение и т. д.

Настоящая книжка знакомит с приемами и правилами геометрического черчения, которое лежит в основе всех остальных более сложных видов черчения. Знание элементов геометрического черчения необходимо для каждого техника и чертежника, как обязательное условие для грамотного черчения вообще.



## ГЛАВА I.

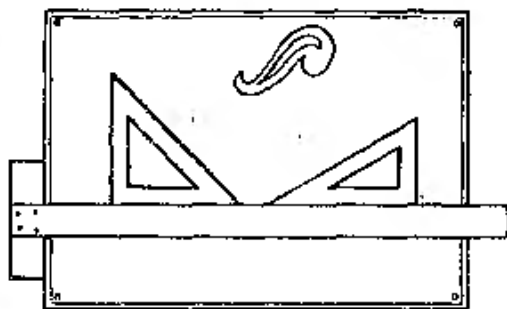
### Инструменты, приборы и материалы для черчения.

#### 1. Описание чертежных инструментов, приборов и материалов.

Качество выполнения чертежа зависит в значительной мере от качества чертежных принадлежностей и умения чертёжника владеть ими. Поэтому каждый, приступающий к изучению черчения, должен сначала хорошо ознакомиться с чертежными инструментами и научиться обращаться с ними.

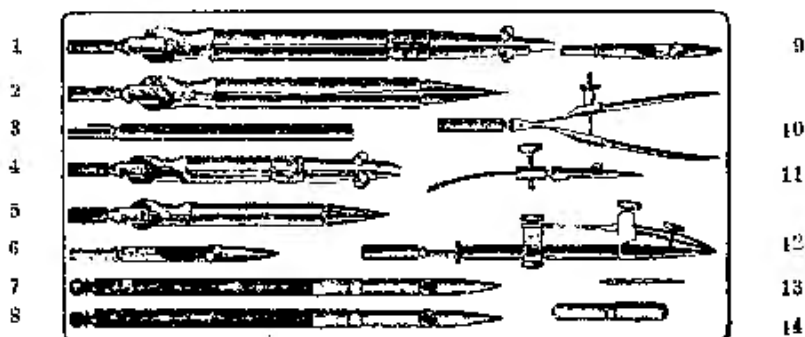
Для черчения необходимы следующие чертежные принадлежности:

1) Чертежная доска (черт. 1), на которую накладывается бумага при черчении. 2) Бумага, на которой выполняется чертеж. 3) Рейсшина, линейка, угольники и лекалы, (черт. 1), при помощи которых проводятся на бумаге прямые и кривые линии. 4) Готовальня (черт. 2), содержащая необходимый для построения чертежа набор инструментов. 5) Карандаши, тушь, чертежные перья и резина, с помощью которых выполняется чертеж на бумаге. 6) Краски и кисти для раскрашивания чертежей.



Черт. 1.

1) Чертежная доска делается из хорошо высушенного мягкого дерева—липы, тополя или ольхи. Ей придают очертания прямоугольника, а поверхность ее должна быть совершенно ровной и гладкой плоскостью. Для избежания коробления, и растрескивания чертежных досок от сырости и усыхания, их часто делают склеенными из трех слоев досок, при чем средний слой направлением своих волокон располагается перпендикулярно к верхнему и нижнему слоям. Размеры чер-



Черт. 2.

тежных досок могут быть различны, но большей частью их делают двух размеров: на целый лист ватманской бумаги и на полулист.

2) Бумага, на которой выполняется чертеж, должна быть плотная, белая и гладкая. Если чертеж делается в карандаше, то бумага должна допускать вытирание карандаша резинкой. Если же чертеж выполняется тушью, то бумага не должна пропускать тушь. Тушь должна ложиться на бумаге ровной линией, не расплываясь на ней. Бумага должна допускать выскабливание ножом проведенных тушью линий и вытирание их жесткой резинкой, при чем желательно, чтобы при проведении по вытертому месту новых линий они опять-таки ложились ровно и не расплывались.

Приведенным требованиям лучше всего удовлетворяет специальная чертежная, так называемая, ватманская бумага („ватман“).

Ватман бывает различных сортов, отличающихся между собою по своему качеству. У нас в данное время лучшими являются импортные сорта ватмана.

Обычные размеры листа ватмана  $96 \times 64$  см.

При составлении эскизов, графиков и диаграмм можно пользоваться для черчения клетчатой бумагой (клетчаткой). На клетчатке с лицевой стороны нанесена миллиметровая сетка (слабыми цветными линиями), значительно облегчающая откладывание линий требуемой длины и быстрое построение всего чертежа.

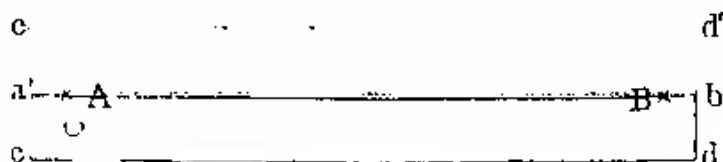
При снятии копий с чертежей употребляется калька, представляющая собой прозрачную промасленную бумагу (бумажная калька), или же вошеное прозрачное полотно (полотняная калька). Калька изготавливается длинными полотнами, скатанными в рулон, и продается на метр. Бумажная калька продается и отдельными листами.

Калька хорошего качества должна быть настолько прозрачна с обеих сторон, чтобы через нее достаточно ясно были видны все даже самые мелкие детали чертежа. Калька не должна быть слишком жирна, так как жирная калька пачкает бумагу и плохо принимает на себя тушь.

3) Чертежные линейки, рейсшины (винкеля) и угольники, употребляемые для построения прямых линий на чертеже, должны быть эластичны и сделаны из гладкого, упругого материала. Большею частью они делаются из высушенного дерева плотных пород или целлулоида. Рабочие стороны линеек и угольников (т.-е. те стороны, вдоль которых перемещают карандаш или рейсфедер) должны быть строго правильными и давать прямые линии.

Правильность чертежной линейки может быть проверена следующим образом. Намечают на бумаге две какие-либо точки *A* и *B* (черт. 3) и, прикладывая к ним линейку (снизу) стороной *ab*, проводят через них по ребру линейки линию. После

этого переворачивают линейку, прикладывают ее той же стороной  $ab$  к точкам  $A$  и  $B$  (но сверху) и по тому же ребру линейки снова проводят через них линию. Если обе линии совпадут на всем своем протяжении, то значит, что сторона

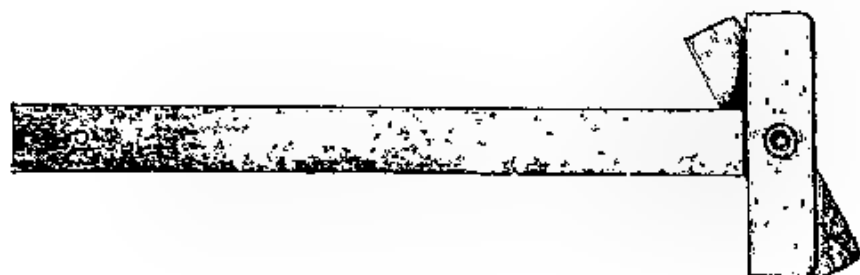


Черт. 3

$ab$  линейки правильна и ребро линейки является прямой линией. Подобным же приемом может быть проверена и сторона  $cd$  линейки.

Описанный способ проверки применим также к рейсшинам и угольникам.

Рейсшина (черт. 1 и 4) представляет собой длинную и тонкую линейку, врезанную с одного конца под прямым углом



Черт. 4.

в деревянную колодку, и служит для построения на чертежной доске горизонтальных и параллельных линий.

Колодка делается или глухой, как изображено на черт. 1, или створчатой (черт. 4). В последнем случае линейка врезана наглухо лишь в верхнюю створку колодки, нижняя же створка свободно поворачивается около имеющегося на ней шурупа;

она может быть закреплена с помощью зажима (а) в любом положении и дает рейсшине желаемый угол наклона к горизонту.

Обязательное качество каждой рейсшины — правильность ее линейки и правильность прямого угла, образуемого линейкой с колодкой.

Угольники (черт. 1) служат для проведения на чертеже перпендикулярных и параллельных линий и, отчасти, для построения углов. Угольники представляют собой линейку в виде прямоугольного треугольника, изготовленную или из целого куска дерева (целлулоида и проч.), или же склеенную из отдельных частей, как это видно на черт. 1.

Для черчения употребляются обыкновенно треугольники двух видов. 1) с равными между собой катетами и острыми углами по  $45^\circ$  и 2) с острыми углами в  $60^\circ$  и  $30^\circ$ .

Комбинируя соответственным образом эти углы, а также, пользуясь дополнительными углами до 2-х прямых, можно с помощью рейсшины и двух прямоугольных треугольников легко откладывать углы в  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$  и  $180^\circ$ .

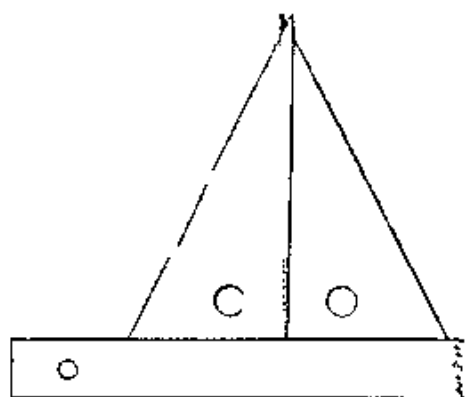
От угольника требуется, чтобы рабочие грани его представляли собой ровные и правильные плоскости, и чтобы прямой угол его был строго правилен. Правильность прямого угла угольника проверяется следующим приемом (черт. 5 и 6).

Приставив плотно угольник к линейке одним катетом, проводим к ней при помощи другого катета угольника перпендикуляр. Затем переворачиваем угольник на другую сторону и вдоль того же катета вновь проводим перпендикуляр к линейке таким образом, чтобы основание перпендикуляров в обоих случаях было одно и то же. Если угольник правилен, то оба перпендикуляра между собой совпадут на всем своем протяжении. При неправильности угольника перпендикуляры не совпадут между собой, как это изображено на черт. 5 и 6.

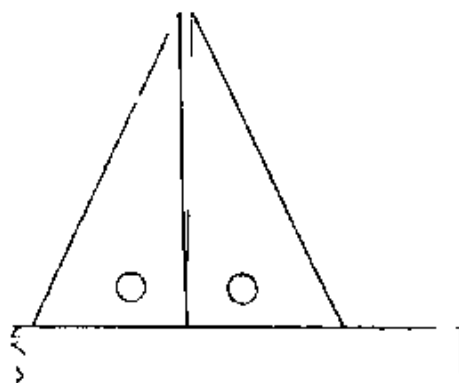
Неправильные линейки, рейсшины и угольники негодны к употреблению.

Лекалы (черт. 7) служат для вычерчивания кривых линий, которые нельзя провести с помощью циркуля, и выделяются разнообразной формы. Рабочая поверхность лекал должна представлять собой плавный переход от одной кривизны к другой. Она должна быть гладкой, без зазубрин и шероховатостей.

4) Отмеряются и проводятся линии и строятся окружности на чертеже при помощи набора чертежных инструментов,



Черт. 5.



Черт. 6.

входящих в состав готовальни. Чертежные инструменты представляют собой сочетание хрупких и очень точно выполненных частей и производство их требует весьма тщательной работы. Поэтому технические готовальни действительно высокого качества производятся лишь немногими фирмами, специализировавшимися на этом производстве. У нас являются лучшими готовальни германских фирм Рихтера и Рифлера.

В продаже готовальни встречаются с различными по количеству предметов наборами инструментов. Хорошая, достаточно полная готовальня должна содержать следующие предметы (см. черт. 2).

Один большой и один малый измерительные делительные циркули (2,5 на черт. 2). Один большой и один малый круговые циркули со вставками с иглой,

карандашом и чертежным пером, и вставкой для удлинения ножек циркуля для более крупных окружностей (1, 3, 4, 6, 9). Делительный волосной циркуль для многократного точного откладывания одинаковых мелких размеров (10) Нулевой круговой циркуль („кронциркуль“) для



Черт. 7.

маленьких кружков (11, 12). Два рейсфедера (чертежных пера) для обведения карандашных линий тушью; из них один рейсфедер для более грубых линий, другой—для более тонких (7, 8). Комплект запасных иголок и карандашей для ножек циркуля (в особом металлическом футляре (13, 14).

Циркули и рейсфедеры делаются обычно медные и нейзильберовые, концы же циркулей, створки рейсфедеров и встав-

ные иглы должны быть всегда изготовлены из наиболее твердой стали.

Циркуль можно считать удовлетворительным, если в закрытом положении заточенные концы его ножек сходятся в одну точку, и если при открывании и закрывании циркуля движение его ножек на шарнире происходит достаточно плавно и легко, но и не слишком слабо.

От рейсфедера требуется, чтобы при правильном положении он давал на бумаге ровную, правильную линию желательной толщины, чтобы он мог чертить возможно более тонкие линии, а при проведении толстых линий не ронял бы туши.

Для выполнения указанных условий створки рейсфедера должны быть правильно и достаточно остро заточены (но не настолько, чтобы резать поверхность бумаги). Рейсфедеры сточившиеся или слишком тупые негодны для черчения и нуждаются в выправке их и заточке.

Чертежные стальные перышки употребляются для окончательной отделки чертежей, для выполнения от руки небольших закруглений и мелких надписей и цифр на чертежах и проч. Чертежные перышки должны быть остры, упруги и при работе должны перемещаться по бумаге плавно и легко, не царапая ее.

Карандаши, употребляемые в черчении, могут быть различной твердости. Предпочтительнее, однако, жесткие карандаши, так как они дают возможность проводить более тонкие линии и не размазываются по бумаге. Степень твердости карандашей различается по номеру и поставленной при нем букве. *H* — соответствует жестким карандашам, *F* — средней жесткости, *B* — мягким. № при букве ставится от 1 до 5. Например, *H 2H, 3H, 4H, 5H* — или *H, HH, HHH* и т. д. Чем выше (здесь) номер, тем жестче карандаш.

Резина употребляется: 1) мягкая для стирания карандашных линий и для общей чистки выполненных в туши чертежей и 2) жесткая для вытирания линий и пятен, сделанных тушью.



Для „вытягивания“ и отделки выполненных в карандаше чертежей применяется тушь.

Тушь изготавливается или в твердом виде (китайская), палочками призматической формы, или в жидком виде, во флаконах. Твердая тушь по качеству вообще лучше жидкой. Хорошие сорта туши трудно поддаются размягчению и при натирании с водой издают ароматичный запах мускуса.

Жидкая тушь по качеству уступает твердой, тем не менее в настоящее время она более употребительна, благодаря своей дешевизне и удобству пользования ею.

Хорошая тушь должна быстро сохнуть на чертеже после проведения линий, не должна расплываться на бумаге, выцветать от времени и солнца, стираться мягкой резинкой и смываться от воды при промывке чертежа. Тушь не должна также слишком быстро сохнуть на рейсфедере или падать с него на бумагу при большом наполнении створок рейсфедера.

Наглядность чертежа повышается раскраской его, а также применением цветной, преимущественно красной и синей, жидкой туши, которой проводятся некоторые условные линии на чертеже.

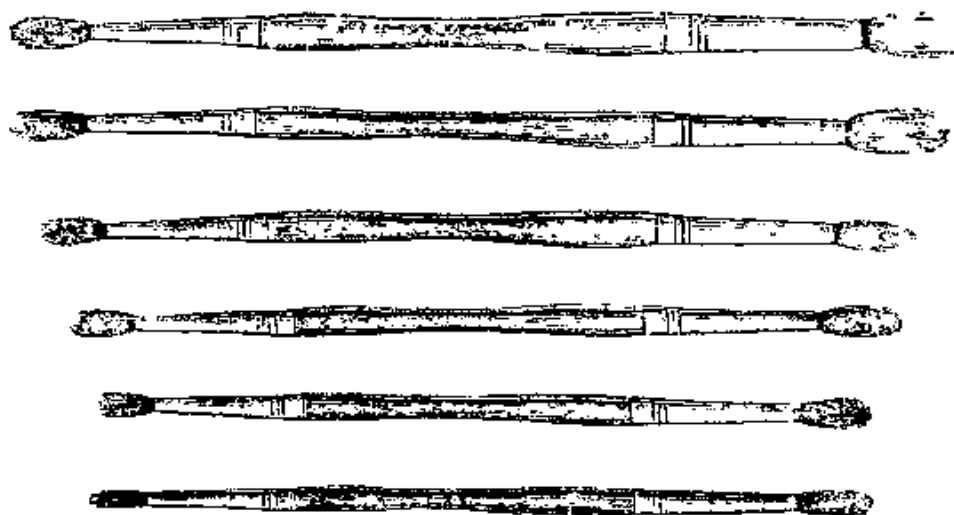
Для раскрашивания чертежей необходимо всегда иметь акварельные краски (называемые техническими), кисти и несколько чашечек для растворения красок. Основными красками при черчении служат следующие: а) красные — кармин, сиена жженая, киноварь, сурик; б) желтые — гуммигут, сиена простая; в) синие — берлинская лазурь, индиго, г) зеленые — прусская зеленая, ярь; д) коричневые — сепия; е) серые — нейтральтинт, тушь жидкая.

Путем смешивания красных, желтых и синих красок в разведенном виде друг с другом можно получить все основные цвета, применяемые в техническом черчении.

Кроме перечисленных цветных красок, чертежнику необходимо иметь под руками белую краску — свинцовые белила — для подправки чертежей и забеления ошибочно закрашенных или покрытых тушью мест чертежа.

Краски вырабатываются в твердом, полужидком и жидком виде и в соответствии с этим встречаются в продаже в плитках, свинцовых тубиках и стеклянных флаконах.

Наносятся на бумагу краски при помощи чертежных кистей (черт. 8). Кисти делаются из шерсти (преимущественно хоряковой), вставленной в оправу из гусиного пера или металлическую на деревянной палочке. Величина кисти



Черт. 8.

характеризуется ее номером: чем выше №, тем толще кисть. Ходовые в продаже №№ от 0 по 8-й. Самые тоненькие кисточки употребляются для раскраски мелких частей чертежей, крупные же кисти — для покрытия краской больших площадей, отмывки неправильно закрашенного чертежа и смачивания бумаги.

## 2. Обращение с чертежными инструментами и приборами и уход за ними.

Все чертежные инструменты и приборы более или менее хрупки и чувствительны к внешним воздействиям и требуют внимательного отношения к себе со стороны чертежника.

Небрежность обращения или хранение в несоответствующих условиях ведут нередко к утрате инструментом своей чувствительности, а иногда и к совершенной порче его.

Кроме возможных поломок и порчи от неосторожного обращения на металлических частях чертежных инструментов вредно отражается соприкосновение с ними потных рук чертежника, вызывая окисление металла. Поэтому всегда, при окончании работы, следует протирать все металлические части готовальни замшей или сухой полотняной тряпкой. Хранить рейсфедеры и циркули всегда надо в закрытом футляре (готовальне), а готовальни следует держать в сухом помещении.

При частой работе шарниры циркулей и микрометрические и ходовые винты рейсфердов могут сработаться, отчего инструменты придут в негодность. Для избежания стирания следует время от времени слегка смазывать машинным маслом шарниры циркулей и винты рейсфердов.

Ни в каком случае нельзя наполнять рейсфедер чернилами, так как содержащиеся в них кислоты разъедают и портят стальное перо рейсфедера. Наполнение рейсфедера разведенной чертежной краской (не содержащей кислот) допускается. Питать рейсфедер тушью рекомендуется посредством имеющегося для этой цели в пробке флакона особого гусиного перышка, а, если такого перышка нет, то при помощи гладко отрезанной узкой полоски ватманской бумаги (но не оторванной и не какой-либо другой рыхлой бумаги, так как бумажные волосы, попадая в этих случаях в тушь, вызовут неправильное стекание ее и смазывание линий). Нельзя окуна́ть рейсфедер во флакон с тушью, так как о стекло тупятся заточенные створки рейсфедера.

Введенная в рейсфедер тушь быстро густеет и засыхает на его кончике. В этом случае рейсфедер приходится продернуть полоской ватманской бумаги, введенной между створками его (не раздвигая их), а иногда даже раздвинуть створки и протереть их начисто. Не следует производить прочистку стальным чертежным перышком или подобным ему

острым и твердым предметом, могущим оставить царапины на полированной поверхности рейсфедера.

Образовавшуюся на внутренней стороне створок кору насохшей туши можно снимать тупой стороной кончика перочинного ножа, проводя им осторожно сверху вниз, к концу рейсфедера.

По окончании работы рейсфедер нельзя оставлять наполненным тушью или хотя бы только запачканным высохшей тушью, а надо всегда протереть его влажной тряпкой (отмочив, таким образом, все следы туши) и затем вытереть насухо пропускной бумагой или чистой сухой тряпкой.

От частого употребления острые края рабочих плоскостей рейсфедера снашиваются, тупятся и рейсфедер сначала утрачивает способность вытягивать хорошо тонкие линии, а затем и вообще всякие линии и делается мало пригодным к работе. То же самое, но в большей еще степени, происходит от погнутия или зазубрения створок рейсфедера вследствие неосторожного обращения с ним.

Подобные повреждения вызываются, например, слишком сильным нажимом на бумагу при черчении, чрезмерным сдвиганием створок рейсфедера, неправильной прочисткой острием ножа, падением рейсфедера и т. п.

Во всех подобных случаях рейсфедер требуется на править или отточить.

Направку можно сделать на твердом точильном камне, оселке, грифельной доске, наконец, просто на тонкой наждачной бумаге, положенной на твердую металлическую или каменную) поверхность. Сдвинув створки до соприкосновения, но не сжимая их, проводят рейсфедером легко и плавно по точильной поверхности, поворачивая его то одной, то другой стороной и все время меняя угол наклона. Отточку продолжают до тех пор, пока не сравняются должным образом и не закруглятся концы рабочих створок рейсфедера. Затем, раздвинув створки, нужно отточить снаружи овальную сторону каждой из них до требуемой остроты.

Внутренние поверхности створок не шлифуются. По ним можно лишь провести несколько раз тонкой наждачной бумагой, сложенной в двое (наждаком наружу). Заканчивая правку рейсфедера, можно время от времени пробовать его, проводя тушью линии по бумаге.

На точильном камне или оселке можно оттачивать также кончики циркулей, сдвинув, предварительно, их вместе и стараясь придать им правильную форму кругового копуса.

Чертежную доску, рейшину, угольники и линейки не следует держать в сыром или слишком сухом помещении. Рейшину, угольники, линейки и лекала надо всегда вешать на гвоздь, но не на сырой стене или вблизи печи: от сырости и жара дерево коробится, трескается и утрачивает свои первоначальные правильные очертания.

Рабочие плоскости линеек и угольников при продолжительном употреблении теряют свою правильность. В таких случаях их можно выправить, подшлифовав с помощью стеклянной бумаги. Шлифовка производится следующим образом.

Лист стеклянной бумаги кладут на ровную поверхность стола или чертежной доски, сверху накладывают линейку, вдоль которой и шлифуют угольник или линейку, держа их отвесно, шлифуемой поверхностью вниз. Шлифовку производят, пока стилизуемая поверхность не станет правильной плоскостью, а продольные ребра линейки (или угольника) — прямыми линиями.

Деревянные линейки и угольники быстро грязнятся и начинают пачкать бумагу. Надо поэтому избегать загрязнения их, предохраняя от осадения пыли и копоти и не принимаясь за работу с грязными руками. Загрязненные поверхности угольников и линеек можно чистить посредством мягкой резины или тонкой стеклянной пилочки, нагнутой на ровную деревянную колодку.

## ГЛАВА II

## Общие правила и приемы.

## 3. Основные приемы и правила черчения.

Приступая к выполнению чертежа, чертежник может либо прикрепить бумагу к чертежной доске кнопками (как это показано на черт. 1) либо наклеить ее на доску. Последнее предпочитается, так как наклеенная бумага получает лучшее натяжение и при окраске чертежа не коробится<sup>1)</sup>.

При наклейке бумаги сперва кладут лист на доску лицевой стороной вниз и отгибают у него края книзу (делая п. региб по ребрам доски) на ширину до 3 см. Затем переворачивают бумагу, смачивают слегка ее лицевую поверхность водой, а загнутые кромки намазывают клейстером (или клеем) и сейчас же приклеивают их к доске. После этого вновь смачивают бумагу, оставляя приклеенные кромки сухими, расправляют бумагу на доске и дают просохнуть.

После того, как бумага высохнет и равномерно натянется, она годна к работе.

Чертежник должен таким образом расположить доску, чтобы свет падал на бумагу с левой стороны. Не следует работать при плохом освещении, а равно и при чересчур ярком (например, при прямом солнечном свете).

Приступая к нанесению чертежа на бумагу, предварительно, пользуясь рейсшиной и треугольником, ограничивают карандашной линией, прямоугольником, ту часть бумаги, где должен быть расположен чертеж. Здесь надо иметь в виду, чтобы очерченный прямоугольник не заходил на приклеенные кромки бумаги, так как по окончании работы бумага обрезается с доски по кромкам.

---

<sup>1)</sup> Наклеивается обычно плотная, ватманская бумага. Рыхлые сорта бумаги, а также калька прикрепляются кнопками.

Затем рассчитывают масштаб, в котором должен быть выполнен чертеж, таким образом, чтобы чертеж весь поместился в нанесенной рамке (масштаб может быть задан и заранее условиями чертежа).

Намечают начерно место расположения основных деталей чертежа после чего производят точное построение в карандаше сначала наиболее существенных деталей, а затем — второстепенных. Карандашные линии надо проводить отчетливо, тонко (для чего карандаш должен быть остро заточен), следя за тем, чтобы они были одинаковой толщины. Карандаш должен, не вдавливаясь в бумагу, оставлять на ней лишь поверхностный след.

Закончив построение в карандаше всех деталей, тщательно вытирают резинкой лишние линии, чтобы, при вытягивании чертежа тушью, не провести ошибочно ненужных линий.

После этого начинают обводить чертеж тушью. Вытягивая тушью каждую отдельную линию на чертеже, следят за тем, чтобы ширина щели рейсфедера соответствовала требуемой толщине этой линии, для чего каждый раз пробуют рейсфедер на полях чертежа или на особом куске бумаги. Обводят сперва все кривые линии, пользуясь для этого круговым рейсфедером и лекалами, а затем уже вытягивают тушью имеющиеся на чертеже прямые линии, с помощью рейсфедера, угольника и линейки.

При работе рейсфедером весьма важно соблюдать правильное положение рейсфедера: только в этом случае получится линия красивая, сочная и ровная. Рейсфедер надо держать, как показано на черт. 9, т.е. зажав его между большим, указательным и средним пальцами правой руки. При проведении линий рейсфедер должен быть перпендикулярен к бумаге и должен легко, без нажима, соприкасаться с ней. Рука чертежника должна твердо, но в то же время свободно и равномерно, перемещаться вдоль линейки, не опираясь ни о линейку, ни о бумагу. Линейку при этом крепко прижимают к бумаге левой рукой.

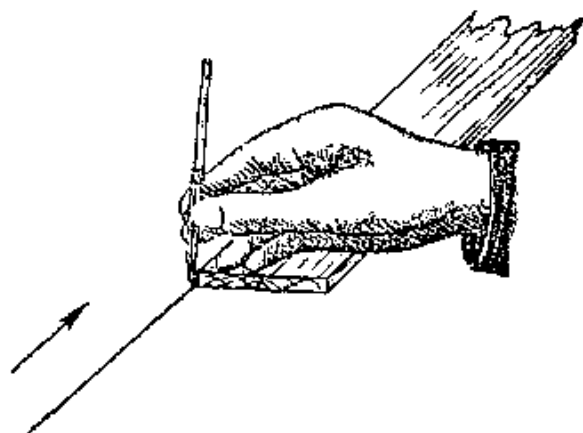
Все линии проводятся от левой руки к правой, и обязательно по световой (а не теневой) стороне линейки.

При помощи рейсшины рекомендуется проводить лишь горизонтальные линии, устанавливая ее головкой на левой стороне доски. Вертикальные линии проводятся посредством приставленного к рейсшине угольника. При необходимости проведения вертикальных линий с помощью рейсшины ее

устанавливают по нижней кромке доски и ведут линию снизу вверх.

Круговые линии желательно проводить сразу, одним приемом замыкая окружность.

Вытянув тушью все линии, делают все необходимые надписи и обозначения, чем и заканчивается работа в туши. Приступают к



Черт. 1.

чистке чертежа, тщательно вытирая резинкой (мягкой и жесткой) остатки карандаша, грязные пятна и соскабливая ошибочно проведенные тушью линии. Для лучшей очистки бумага может быть промыта кроме того водой, для чего доска ставится наклонно и чертеж промывается губкой с водой.

Если вполне законченный и отчищенный чертеж требуется окрасить, то предварительно смачивают водой подлежащие окраске места, так как по сырой поверхности бумаги краски ложатся ровнее.

Для раскрашивания чертежей необходимо всегда иметь наготове: кисть, акварельные краски, несколько чашечек, стакан с водой и пропускную бумагу. При раскрашивании нужно соблюдать следующие правила. покрывают чертеж краской возможно быстро, начиная сверху и не давая во время работы подсыхать и застаиваться краске. Лучше для усиления тона




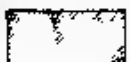


наносить несколько раз более бледную краску, чем сразу покрывать более темной.

Пятна повторным покрыванием не сглаживаются, надо стараться уничтожить их осторожным ретушированием кистью. Доску при покрывании красками надо держать в наклонном положении, излишнюю краску можно подбирать чистой, выжатой кистью и пропускной бумагой. При перемене краски кисть надо тщательно промыть. Чтобы получить более светлый ровный тон, при наклеенной бумаге можно весь уже раскрашенный чертеж промыть влажной губкой.

Уже при геометрических плоских узорах можно упражняться в раскрашивании. Но главным образом применяется окраска в техническом черчении. На чертежах различают внешний вид и разрез. Разрезы тел покрываются более темными тонами, внешний вид тел — более светлыми тонами.

Поперечные разрезы (сечения) машиностроительных и инженерно-строительных форм покрываются соответствующими материалу красками, или общепринятой штриховкой. На черт. 10—13 изображено условное обозначение штриховкой (с указанием цвета при окраске) некоторых металлов, употребляемых в машиностроении.

### Разрезы материалов.

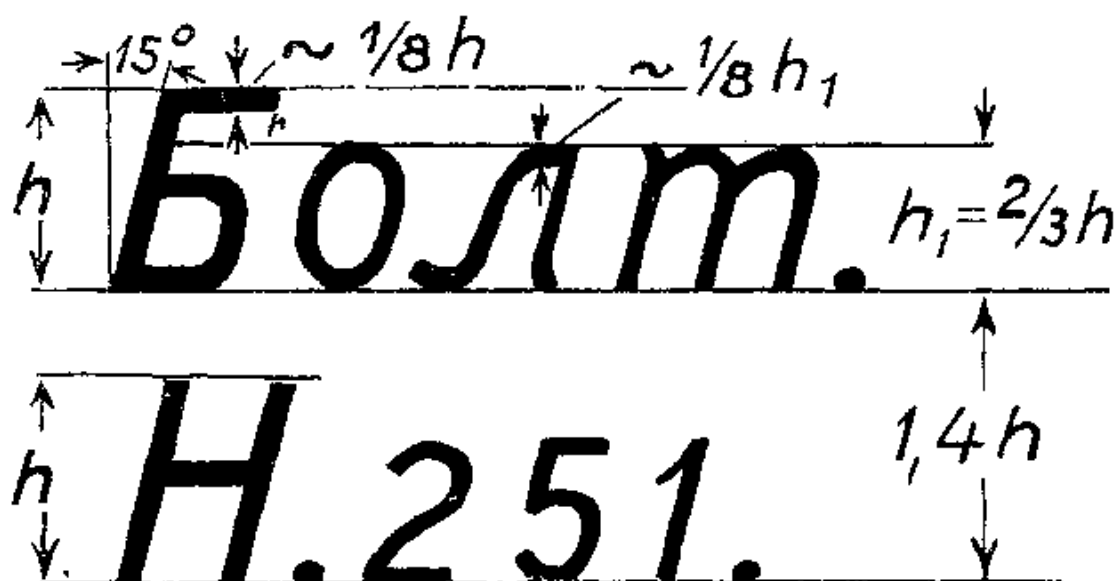
Чугун.	Железо.	Сталь.	Желтая медь (бронза).
Нейтральнит (серый цв.)	Прусская синяя (синий цв.)	Кармин с бер линск. лазурью. (фиолетовый)	Темный хром (желтый цв.).
			

Черт. 10—13.

Очень мелкие разрезы (разрезы листов и проч.) часто обозначаются толстой черной линией.

По окончании окраски чертежа, его, если это требуется, оттеняют (тушью или более густой краской) и проводят цветной тушью оси симметрии и размерные линии, чем и заканчивают отделку чертежа.

### Способ выполнения надписей нормальным шрифтом



Законченный вполне чертеж срезают с доски. Обрезку производят острым ножом — или при помощи металлической линейки, или, что больше рекомендуется, — от руки. Сперва обрезают две какие-нибудь противоположные стороны, затем быстрым движением руки обрезают третью кромку, после чего режут последнюю кромку и снимают чертеж с доски.

При выполнении чертежей (копий) на кальке, чертят на гляцевитой лицевой стороне, натирая предварительно кальку пемзой или толченым мелом, чтобы лучше ложилась тушь. Окраску, если она требуется, делают снизу, по матовой стороне кальки.

#### 4. Нормальный технический шрифт.

Всякого рода надписи, буквы и цифры на технических чертежах и планах в настоящее время принято выполнять

Русский нормальный шрифт.

а б в г д е ж з и к л м  
н о п р с т у ф х ц  
ч ш щ в ь э ю я й  
А Б В Г Д Е Ж З И К  
Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Э Ю Я  $h=10$

особым косым шрифтом, отличающимся простотой и отчетливостью и называемым нормальным шрифтом.

Каждый чертежник должен освоиться с этим шрифтом и научиться свободно им владеть. На стр. 24—27 приводятся образцы нормального шрифта (русского и латинского) и разъясняется способ его выполнения.

Латинский нормальный шрифт.

*a b c d e f g h i j k l m n*  
*o p q r s t u v w x y z*  
*A B C D E F G H I J K L*  
*M N O P Q R S T U V*  
*W X Y Z VIII XV XIII*  
*1 2 3 4 5 6 7 8 9 0*

Нормальные, принятые на технических чертежах и планах, размеры заглавных букв в мм следующие: 2,5 мм, 3,5 мм, 5 мм, 7 мм, 14 мм и 20 мм.

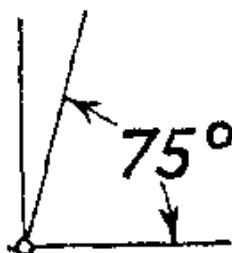
Высота строчных букв должна составлять  $\frac{2}{3}$  высоты заглавных букв.

Толщина букв должна быть равной около  $\frac{1}{4}$  высоты их.

Расстояние между строками рукописных надписей следует оставлять равным 1,4 высоты заглавных букв.

Наклон шрифта к горизонтальному направлению должен составлять угол в  $75^\circ$ .

Шрифты 2,5 и 3,5 мм и 5 мм выполняются от руки перьями или рейсфедером. Более крупные шрифты могут выполняться по шаблонам (нормографам).



Черт. 13 а.

## ГЛАВА III.

### Прямые линии и углы.

#### 5. Характер и значение линий на чертеже.

При исполнении чертежей, — в частности, например, технических, машинных, строительных и проч., — рекомендуется, согласно принятых правил, вычерчивать:

##### 1) Сплошные основные линии

толстыми черными линиями около 1 мм толщиной.

В рассматриваемых ниже примерах геометрического черчения толстыми линиями вычерчены искомые линии чертежа

##### 2) Сплошные второстепенные линии

черными линиями несколько меньшей толщины. В этой книжке так вычерчены заданные и вспомогательные линии геометрических фигур.

##### 3) Пунктирные линии:

черточками толщиной от 0,5 до 0,1 мм.

#### 4) Оси симметрий:

тонким штрих-пунктиром в черных чертежах. В цветных чертежах оси симметрий проводятся толстыми синими или красными линиями

#### 5) Вспомогательные линии:

---

тонкими сплошными линиями в черных чертежах и тонкими красными линиями — в цветных чертежах.

#### 6) Размерные линии:

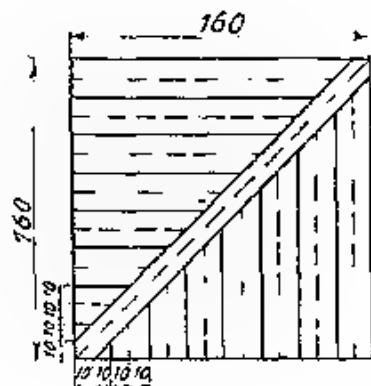
тонкими сплошными или пунктирными линиями — в черных чертежах и тонкими красными или синими линиями — в цветных чертежах.

Размеры и стрелки проставляются черным. Размеры ставят четкими цифрами над серединой размерной линии или в середине разрыва размерной линии. Ни в коем случае размерные линии не должны пересекать цифры. Все размеры должны быть удобочитаемы в прямом положении доски или, глядя на чертеж, с правой стороны.

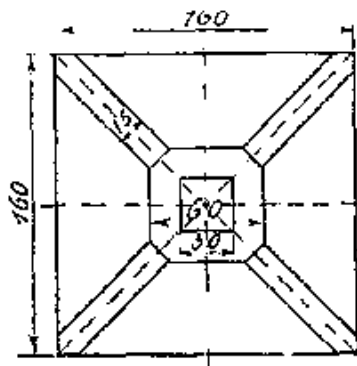
### 6. Упражнения с угольником и линейкой. Прямолинейные плоские узоры.

На приводимых ниже примерах начинающий чертежник должен практиковаться в употреблении чертежных принадлежностей. Вписанные на чертежах размеры означают миллиметры.

Чертежи должны быть выполнены в натуральную величину, согласно заданных размеров.



Черт. 14



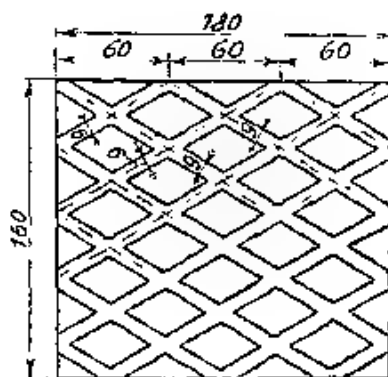
Черт. 15.

Пример 1. Упражнения в проведении горизонтальных и вертикальных линий, сплошных и пунктирных (черт. 14.).

Пример 2. Основная форма фундаментной плиты. Употребление угольника в  $45^\circ$  (черт. 15).

Пример 3. Рисунок половой плитки. Упражнение в употреблении угольника в  $60^\circ$  и  $30^\circ$  (черт. 16)

В первую очередь следует начертить по данным размерам сеть линий, а затем перпендикулярно к линиям сети откладывать ширину 6 мм.



Черт. 16.

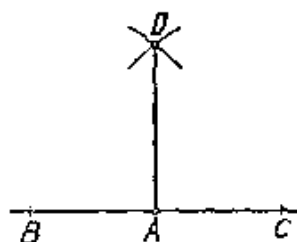
Такие упражнения, в случае надобности, можно произвольно продолжать с подобными образцами.

## 7. Построение перпендикулярных и параллельных линий.

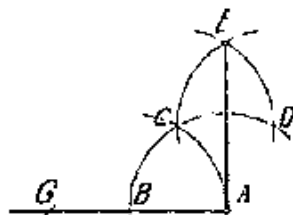
1) Из точки  $A$  на данной прямой восставить перпендикуляр (черт. 17).

По обе стороны точки  $A$  откладываются равные отрезки  $AB = AC$ . Из точек  $B$  и  $C$  описываются дуги произвольным, но одним и тем же радиусом, и точка пересечения  $D$  этих дуг соединяется с  $A$ . Тогда  $AD$  — искомый перпендикуляр.

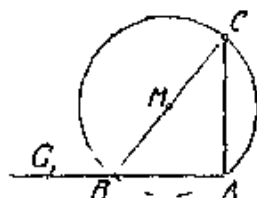
2) Из конечной точки  $A$  данной прямой  $AG$  восставить перпендикуляр (черт. 18).



Черт. 17



Черт. 18



Черт. 19

Из точки  $A$  описывается произвольная дуга, которая пересекает прямую  $AG$  в точке  $B$ . Далее, этим же радиусом из точек  $B$ ,  $C$  и  $D$  описываются дуги, которые дают точку пересечения  $E$ . Тогда  $AE \perp AG$ .

3) Другое решение этой же задачи (черт. 19).

Описывается произвольная окружность, проходящая через точку  $A$ , которая пересечет прямую  $AG$  в точке  $B$ , и проводится диаметр  $BC$ , тогда  $AC$  — искомый перпендикуляр. (Сравни черт. 40).

4) Из точки  $A$  опустить перпендикуляр на данную прямую (черт. 20).

Произвольная дуга, описанная из  $A$ , пересекает прямую в  $B$  и  $C$ . Две дуги, проведенные одним и тем же радиусом из центров  $B$  и  $C$ , дают точку пересечения  $D$ . Линия соеди-

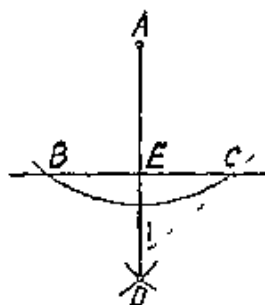


нения  $AD$  перпендикулярна к данной прямой, следовательно,  $AE \perp BC$ .

На практике восстановление перпендикуляра к прямой и опускание перпендикуляра на прямую производится механически с помощью линейки и угольника. Чертежник совмещает ребро линейки с заданной прямой и, плотно приставив к линейке угольник одним из катетов, перемещает его вдоль линейки, пока другой катет не пройдет через данную точку.

Линия, проведенная по катету угольника через эту точку, и будет искомым перпендикуляром.

3) Через точку  $C$  провести параллель к прямой  $AB$  (черт. 21).



Черт. 20.



Черт. 21.



Черт. 22.

Из  $C$  описывается дуга радиусом  $CD = AB$ , а из  $B$  радиусом  $BD = AC$ , тогда  $ABDC$  параллелограм, и, следовательно,  $CD \parallel AB$ .

Чертежник проводит через  $C$  параллель к  $AB$  обычно простым механическим способом, передвигая угольник вдоль рейшины или вдоль другого угольника из крайнего положения  $AB$  к точке  $C$  (черт. 22).

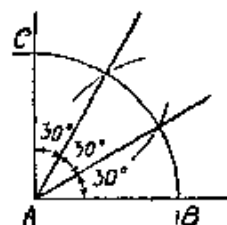
## 8. Деление прямых линий и углов.

1) Прямой угол разделить на три равные части (черт. 23).

Произвольная дуга из  $A$  пересекает стороны прямого угла в  $B$  и  $C$ ; дуги, описанные тем же радиусом из  $B$  и  $C$ , дают

с дугой из  $A$  точки пересечений, которые, будучи соединены с вершиной прямого угла, дают искомые деления.

Каждый из вновь полученных углов равен  $30^\circ$ .



Черт. 23.

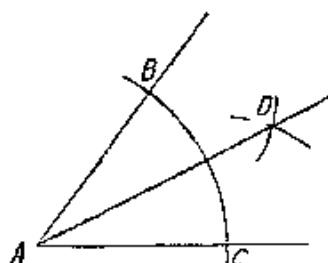
Угол произвольной величины не может быть разделен на 3 равные части геометрическим построением; делят на три части дугу угла ошупью, циркулем.

2) Произвольный угол разделить пополам (черт. 24).

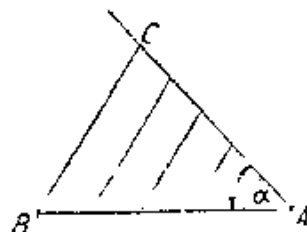
Произвольная дуга из  $A$  засекает стороны угла в  $B$  и  $C$ , произвольные, но одного и того же радиуса, дуги из  $B$  и  $C$  дают точку  $D$  и этим линию  $AD$ , делящую угол пополам.

3) Данную прямую  $AB$  разделить на произвольное число (напр., 5) равных частей (черт. 25)

При  $A$  строят произвольный угол  $\alpha$ , а на стороне его  $AC$  откладывают 5 произвольных, но равных между собой



Черт. 24.



Черт. 25

отрезков до  $C$ ; проводят  $CB$  и через точки деления проводят параллели к  $CB$ , которые отсекут на прямой  $AB$  5 равных между собой отрезков.

## 9. Построение пропорциональных линий.

1) Данную прямую  $AB$  разделить на  $n$  пропорциональных частей  $x, y, z, u, \dots$  так, чтобы  $x:y; z:u = a:b:c:d$  (черт. 26).

При  $A$  строят произвольный угол  $\alpha$  и на стороне его  $AC$  откладывают отрезки  $AD, DE, EF, FG$  так, чтобы  $AD : DE : EF : FG = a : b : c : d$ .

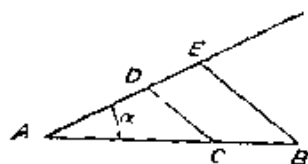
Соединяют точку  $G$  с  $B$ , а через точки  $D, E, F$  проводят линии, параллельные  $GB$ , которые разделят  $AB$  на  $n$  отрезков, удовлетворяющих требованию:

$$x : y : z : n = a : b : c : d.$$

2) К трем данным прямым  $a, b, c$  построить



Черт. 26.



Черт. 27.

четвертую пропорциональную  $x$ , чтобы  $a : b = c : x$  (черт. 27)

На прямой  $AB$  при  $A$  строят произвольный угол  $\alpha$  и на сторонах его от точки  $A$  откладывают:

$$AB = a; AC = b; AE = c.$$

Соединяют точки  $C$  и  $D$  и через  $B$  проводят линию, параллельную  $CD$ . Тогда  $AD = x$ , так как  $AB : AC = AE : x$ .

3) Гармоническая пропорциональность линий  
Гармонически пропорциональными между собой называются такие три линии  $a, b$  и  $c$ , которые образуют непрерывную геометрическую пропорцию.

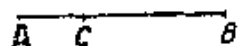
$$a : b = b : c.$$

Здесь  $b$  есть средняя пропорциональная. Прямая  $AB$  (черт. 28) делится в точке  $C$  в крайнем и среднем

отношении, если больший отрезок  $CB$  есть средняя пропорциональная между всей прямой  $AB$  и меньшим отрезком  $AC$ , т.-е.

$$AC:CB = CB:AB \text{ или } CB^2 = AC \cdot AB.$$

Если меньший отрезок  $AC$  отложить на большем  $CB$  (например, путем вращения около  $C$ ), то в точке  $D$  отрезок  $CB$  разделится в среднем и крайнем отношении (черт. 29):



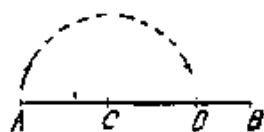
Черт. 28

$$CB:CD = CD:DB.$$

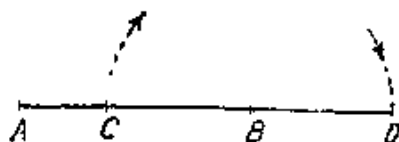
Если больший отрезок  $CB$  (черт. 28) отложить на продолжении  $AB$  (например, путем вращения около  $B$ ), то полученная прямая  $AD$  в точке  $B$  разделится в крайнем и среднем отношении (черт. 30):

$$AD:AB = AB:BD.$$

4) К двум данным прямым  $a$  и  $b$  построить среднюю пропорциональную.



Черт. 29.



Черт. 30.

На произвольной прямой откладывают  $AB = a$  и  $BC = b$  (черт. 31).

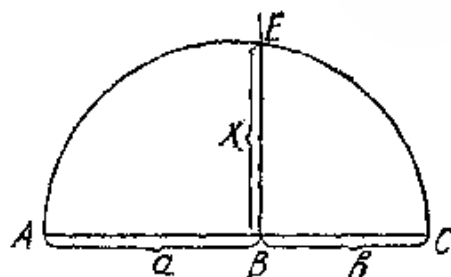
Радиусом  $AO = \frac{AC}{2}$  проводят окружность и из точки  $B$  восстанавливают перпендикуляр  $BE$  к прямой  $AC$ .

$BE$  есть средняя пропорциональная к  $a$  и  $b$ , т.-е.:

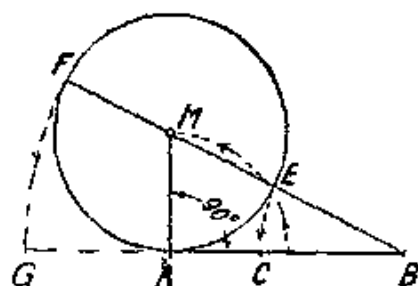
$$a:BE = BE:b.$$

5) Данную прямую  $AB$  разделить в крайнем и среднем отношении (черт. 32).

Из точки  $A$  восставляют к  $AB$  перпендикуляр, на котором откладывают  $AM = \frac{AB}{2}$ . Из точки  $M$  радиусом  $AM$  описывают окружность, проводят прямую  $BM$  и откладывают



Черт 31.



Черт 32.

$BC = BE$ . Точка  $C$  делит прямую  $AB$  в крайнем и среднем отношении:

$$AC : CB = CB : AB.$$

На том же чертеже 32 разделяется в крайнем и среднем отношении: прямая  $BF$  в точке  $E$  и прямая  $BG$  в точке  $A$ .

Последовательные гармонические числа могут быть приближенно изображены рядом.

2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 и т. д.

В этом ряду каждое число есть наиболее близкое целое число, соответствующее средней пропорциональной между двумя соседними с ними числами. Ошибка будет тем меньше, чем больше взятое число.

Гармоническое деление линий, называемое иначе золотым сечением, было известно уже в древности и применялось при построении древне-греческих храмов.

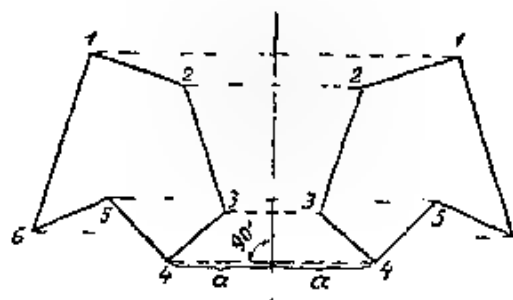
Производя зрительное впечатление красоты внешних форм предмета, оно и в настоящее время широко применяется в живописи, ваянии и зодчестве.

## 10. Симметрия и симметричные построения.

### 1) Построение симметричных линий и фигур.

Две равные прямые будут симметричны между собой на плоскости, если каждой точке на одной прямой соответствует точка на другой прямой, лежащая на равном с ней расстоянии от оси симметрии. Две равновеликие прямолинейные фигуры симметричны, если все стороны их симметричны между собой (черт. 33).

Из сказанного следует, что ось симметрии двух симметричных фигур есть прямая линия, проходящая между данными фигурами на равном расстоянии от соответственных симметричных точек этих фигур.



Черт 33

Фигура, симметричная с данной, может быть получена вращением данной фигуры около оси симметрии до совмещения с плоскостью чертежа.

Пример 4. Построить многоугольник, симметричный данному (черт. 33). Ось симметрии дана на чертеже.

Из вершин 1, 2, 3, 4, 5, 6 данного многоугольника (лежащего по левую сторону оси симметрии) опускают перпендикуляры на ось симметрии и, продолжая их по другую сторону оси симметрии, намечают на них вершины 1, 2, 3, и т. д., отстоящие на равном расстоянии от оси с соответственными вершинами 1, 2, 3 и т. д. Соединяя между собой найденные вершины 1, 2, 3, 4, 5, 6 (лежащие справа от оси симметрии), получим многоугольник, симметричный данному.

### 2) Оси симметрии правильных геометрических фигур.

Правильные геометрические фигуры делятся осью симметрии, проведенной через центр фигуры, на две симметричные

между собой половины. При этом в правильных фигурах может быть проведено несколько различных осей симметрии.

Пример 5. Построить все возможные оси симметрии квадрата, равнобедренного прямоугольного треугольника, равностороннего треугольника, правильных 5-ти, 6-ти, и 7-миугольников. Сколько осей симметрии имеет правильный  $n$ -угольник, круг?

Пример 6. Провести оси симметрии в следующих профилях железа (черт. 34):



Черт. 34

## 11. Задачи на решение треугольников.

### 1) Тригонометрические угловые функции.

Тригонометрические угловые функции, представляющие отношение двух сторон прямоугольного треугольника, изображаются десятичной дробью, вычисляемой для каждого значения угла по особым таблицам.

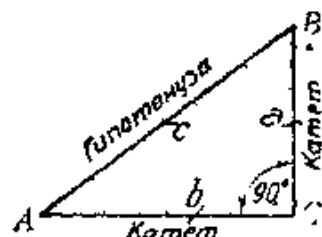
$$\text{Синус } \angle BAC = \frac{\text{катет } a}{\text{гипотенуза } c};$$

$$\sin BAC = \frac{a}{c}.$$

$$\text{Косинус } \angle BAC = \frac{\text{катет } b}{\text{гипотенуза } c}; \quad \cos BAC = \frac{b}{c}.$$

$$\text{Тангенс } \angle BAC = \frac{\text{катет } a}{\text{катет } b}; \quad \operatorname{tg} BAC = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Котангенс } \angle BAC = \frac{\text{катет } b}{\text{катет } a}, \quad \operatorname{ctg} BAC = \frac{b}{a}.$$



Черт. 35.

$$\sin BAC = \cos (90^\circ - BAC) \quad \cos BAC = \sin (90^\circ - BAC), \quad \operatorname{tg} BAC = \operatorname{ctg} (90^\circ - BAC); \quad \operatorname{ctg} BAC = \operatorname{tg} (90^\circ - BAC); \quad \sin 30^\circ = 0,5 = \cos 60^\circ; \quad \operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1; \quad \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = 0,866.$$

2) Применение тригонометрических функций к построению углов.

Построить любой угол с помощью угольника

Пусть требуется построить  $\angle \alpha = 23^\circ 36'$  (черт. 36).

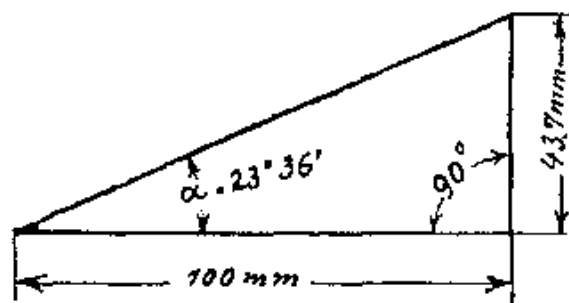
Находят по таблицам тригонометрических величин  $\lg 23^\circ 36' = 0,4369$ . Изображают эту дробь в виде отношения:

$$\lg 23^\circ 36' = 0,4369 = \frac{43,69}{100}.$$

Построив прямоугольный треугольник с катетами, равными 100 мм и 43,7 мм, получим на чертеже искомый  $\angle \alpha = 23^\circ 36'$ .

Определить градусную величину данного угла  $\alpha$  с помощью линейки и циркуля (черт. 36).

Строят прямоугольный треугольник, взяв один из катетов его равным, положим, 100 мм. Измеряют другой катет, найдя, например, величину его равной 43,7 мм. Взяв отношение  $\frac{43,7}{100} = 0,437$ , находят по таблице тангенсов наиболее близ-



Черт. 36.

кое число 0,4369, соответствующее углу  $23^\circ 36'$ .

При  $\angle \alpha = 45^\circ$  оба катета будут равны 100 мм. При возрастании  $\angle \alpha$  противолежащий ему катет увеличивается и становится равным  $\infty$  при  $\angle \alpha = 90^\circ$ . В видах удобства построения, при углах  $\alpha$  больших  $45^\circ$  можно пользоваться для расчета величины катетов углом, равным  $90^\circ - \alpha$ . Искомый  $\angle \alpha$  определится из построения прямоугольного треугольника.

Указанный тригонометрический способ построения и вычисления углов достаточно точен для применения в технике.



3) Построить прямоугольный треугольник, образованный из 3, 4 и 5 равных единичных отрезков (черт. 37).

Построение может быть выполнено весьма просто и без помощи угольника. Проводят прямую, равную 4 данным отрезкам, и из концов ее описывают дуги, равные соответственно 3 и 5 данным отрезкам. Соединив точку пересечения дуг с концом прямой, получают угол в  $90^\circ$ .

Построение это основано на теореме Пифагора. квадрат гипотенузы равен сумме квадратов двух катетов.

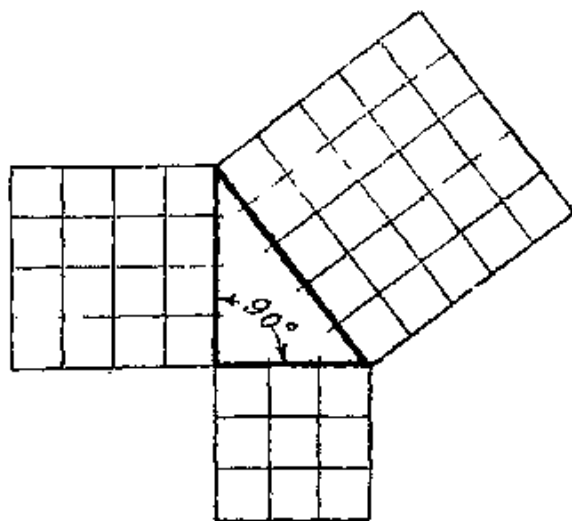
Выражаясь алгебраически:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Для нашего треугольника получаем уравнение из целых чисел:

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16.$$



Черт. 37.

Чтобы убедиться в правильности теоремы Пифагора графическим путем, предлагается начертить на сторонах треугольника квадраты и разложить их на малые квадраты, со сторонами, равными длине единичного отрезка (черт. 37).

Это же действительно для многократного трех отрезков, наприм.,

$$30^2 = 18^2 + 24^2.$$

Еще за тысячелетие до того, как греческий ученый Пифагор (род. в 570 г. до т. н. р. х.) дал доказательство правильности теоремы, названной его именем, соотношение отрезков 3.4.5 употреблялось для отмеривания прямых углов.

Кроме этого, известны еще другие соотношения отрезков и их многократных, выражаемые в целых числах, из которых тоже образуются прямоугольные треугольники.

$$\begin{array}{l} 29^2 = 20^2 + 21^2 \\ 841 = 400 + 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5^2 + 12^2 = 13^2 \\ 25 + 144 = 169 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 5^2 + 12^2 = 13^2 \\ 25 + 144 = 169 \end{array}} \right\} \text{Пифагоровы числа.}$$

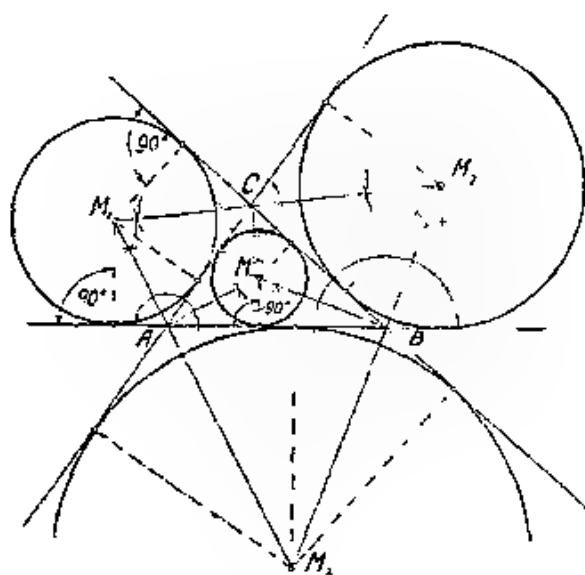
# ГЛАВА IV

## Окружности. Вписанные и описанные многоугольники.

### 12. Окружности, вписанные в треугольник и описанные около него.

1) В треугольник вписать касательную окружность (черт. 38).

Центр  $M$  вписанной окружности, которая касается сторон треугольника  $ABC$ , есть точка пересечения биссектрис углов треугольника. Кроме этой окружности  $M$ , существуют еще три окружности  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$ , из которых каждая касательна к одной стороне треугольника и продолжениям двух других сторон; их центры — точки пересечения биссектрис внешних углов треугольника.



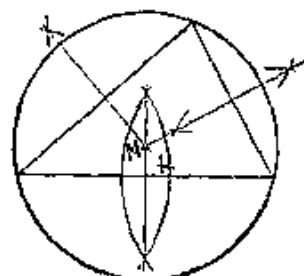
Черт. 38.

2) Вокруг треугольника описать окружность (черт. 39).

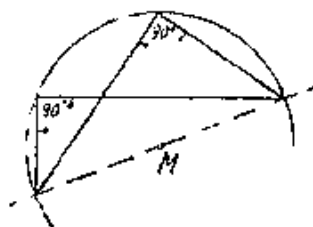
Центром описанной окружности, которая проходит через вершины треугольника, будет точка пересечения перпендикуляров, восстановленных из середины сторон треугольника.

3) Угол полуокружности (угол, опирающийся на диаметр) будет прямым углом. Этим способом циркулем и линейкой легко построить прямой угол (черт. 40).

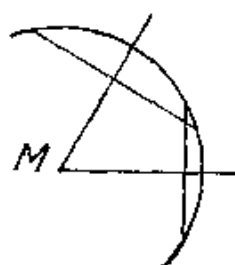
4) Найти центр данной окружности или данной дуги круга (черт. 41).



Черт. 39.



Черт. 40.



Черт. 41.

Искомый центр  $M$  лежит в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из середины двух любых хорд данной окружности.

5) Построить квадрат, равновеликий данному прямоугольнику.

Решение этой задачи основывается на теореме Евклида.

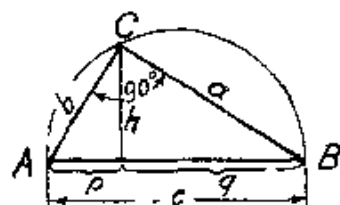
Перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на гипотенузу, есть средняя пропорциональная между отрезками гипотенузы, а каждый из катетов есть средняя пропорциональная между всей гипотенузой и прилежащим отрезком (черт. 42).

$$\frac{p}{h} = \frac{h}{q}; \quad \frac{c}{b} = \frac{b}{p}; \quad \frac{c}{a} = \frac{a}{q}.$$

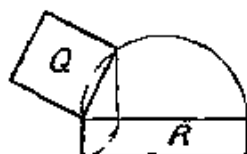
Откуда:

$$h^2 = pq; \quad a^2 = qc; \quad b^2 = pc.$$

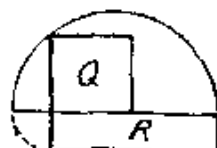
Основываясь на приведенной теореме, решение задачи дано на черт. 43 и 44, где квадрат  $Q$  равен велик данному прямоугольнику  $R$ .



Черт. 42.



Черт. 43.

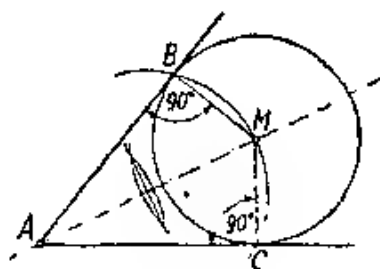


Черт. 44.

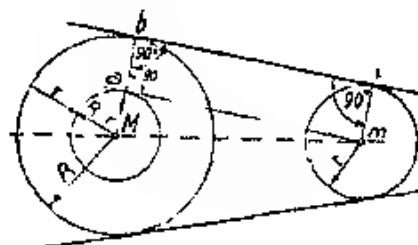
### 13. Построение касательных к окружности. Развертывание окружности.

1) Через точку  $A$  провести касательные к данному кругу с центром  $M$  (черт. 45).

На  $AM$ , как на диаметре, строят окружность, которую пере-



Черт. 45



Черт. 46.

сечет данный круг в точках  $B$  и  $C$ : это и будут точки касания касательных к кругу.

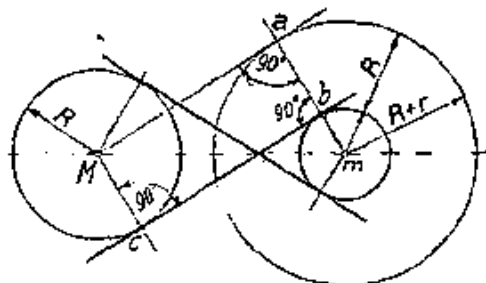
2) К 2-м кругам с центрами  $M$  и  $m$  провести общие касательные.

Возможны 4 касательные.

Решение I (черт. 46). Центры кругов лежат на одной стороне касательной (открытая ременная передача). Из  $M$

описывают кру. радиусом  $R - r$  и через  $m$  к этому кругу проводят касательную  $ma$ . Затем проводят прямую  $Mab$  и  $mc \parallel ab$ , тогда  $b$  и  $c$  — точки касания касательной (черт. 46).

Решение II (черт. 47). Центры кругов лежат на разных сторонах касательной (скрешивающаяся ременная передача). Из  $m$  описывают круг радиусом  $R + r$ , и из  $M$  проводят касательную  $Ma$  к кругу  $R + r$ , а также  $Mc$   $ma$  и  $cb$   $Ma$ ; тогда точки пересечения  $b$  и  $c$  будут точками касания касательной.



Черт. 47

3) Развернуть окружность круга (черт. 48).

Выпрямить окружность круга в прямую линию (ректификация круга) точно геометрическим построением

считается невозможным. Длина окружности круга радиуса  $r$  и диаметра  $D$  равняется  $U = 2r\pi \approx D\pi$ ;  $\pi = 3,141592...$   $U \sim 3,14 D \sim 3^1, D$  (значок  $\sim$  означает приблизительно).



Черт. 48.

двух перпендикулярных диаметров (чертеж 49), делят на 5 равных частей. На произвольной прямой откладывают

$$CD = 3d + \frac{AB}{2} \sim U.$$

Нетрудно доказать правильность этого построения

$$AB^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \text{ (теорема Пифагора).}$$

Диаметр круга  $D$  делится (согласно черт. 25) на 7 равных частей и на прямой откладывается  $3D + \frac{1}{7}D$ .

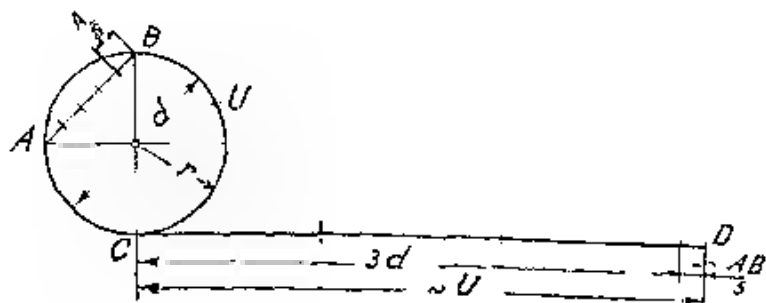
Другое решение той же задачи:

Прямую  $AB$ , соединяющую концы

$$AB = \sqrt{2r^2 - r^2} = r = 1,4141 r.$$

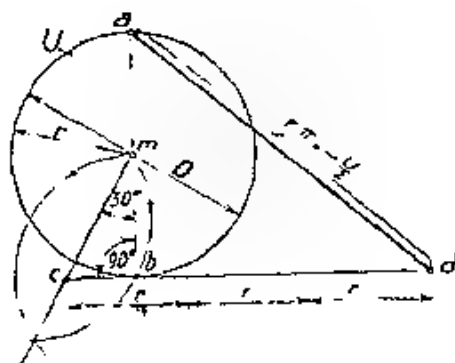
$$\frac{AB}{3} = \frac{d}{10} \cdot 1,4141 = 0,14141 d$$

$$CD = 3d + 0,14141d = 3,14141d \approx U$$



Черт. 49.

Более точное и простое приближенное построение следующие (черт 50).



Черт. 50.

В точке  $b$  диаметра  $ab$  проведена касательная к кругу. Вторая сторона построенного на радиусе  $mb$  центрального угла в  $30^\circ$  пересекает касательную в  $c$ . От этой точки 3 раза откладывается радиус  $r$  круга  $U$  до точки  $d$ . Тогда отрезок  $ad$  довольно точно дает длину полукруга.

Алгебраическое доказательство этого построения

$$\left. \begin{aligned} ad^2 &= ab^2 + bd^2 = (2r)^2 + (3r - bc)^2 \\ bc^2 &= cm^2 = bm^2 \end{aligned} \right\} \text{Пифагор,}$$

подставляя

$$cm = 2bc,$$

получим:

$$bc^2 = 4bc^2 - r^2,$$

$$3bc^2 = r^2$$

подставляя в верхн уравн.

$$bc^2 = r \sqrt{1/3}$$

имеем

$$ad^2 = 4r^2 + (3r - r \sqrt{1/3})^2 = 4r^2 + 9r^2 + \frac{r^2}{3} - 6r^2 \sqrt{1/3}$$

$$ad^2 = r^2 (13\frac{1}{3} - 6\sqrt{1/3})$$

$$ad = r \sqrt{13\frac{1}{3} - 2\sqrt{3}} = r \cdot 3,141533... \approx \frac{U}{2}$$

точно

$$\frac{U}{2} = r\pi = r \cdot 3,141592...$$

4) Развернуть на прямую длину четверти окружности (черт 51).

На диаметре  $AB$  откладывают от точки  $B$  хорду  $CB = BD$ , соответствующую углу в  $45^\circ$ . Восстанавливают перпендикуляр  $DE$  и проводят  $AE$ .

Тогда

$$AE \approx \frac{U}{4}.$$

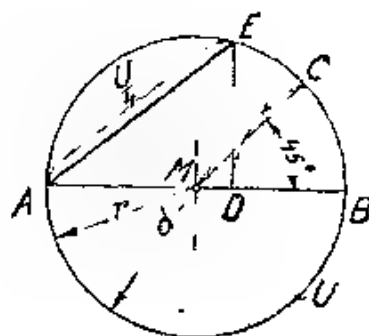
Доказательство:

$BD = BC = \text{хорде } 45^\circ = 0,76536 r$  (по таблицам).

$AD = 2r - BD$ ,  $AE^2 = AD \cdot 2r$  (как средняя пропорциональная).

$AE = \text{квадр. корню.}$

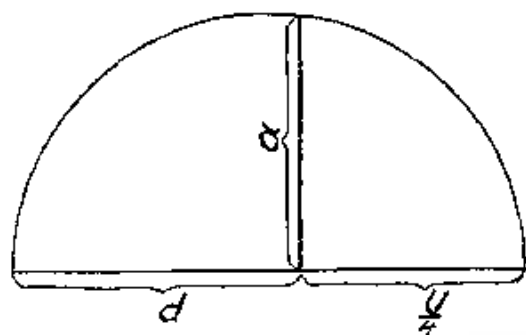
5) Построить квадрат, равновеликий данному кругу, диаметр которого  $d$  и длина окружности  $U$ .



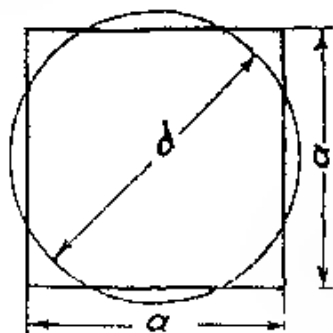
Черт 51.

Задача решается приближенно (черт. 52).

Строят полуокружность на  $d + \frac{U}{4}$ , как на диаметре;



Черт. 52.



Черт. 53.

Тогда

$$a^2 \sim d \cdot \frac{U}{4} \sim d \cdot \frac{d\pi}{4} \sim \frac{d^2\pi}{4} \sim F,$$

где  $F$  — площадь круга.

По данному  $d$  и найденному  $a$  построение круга и равновеликого ему квадрата выполнено на черт. 53.

#### 14. Деление круга. Построение вписанных и описанных правильных многоугольников.

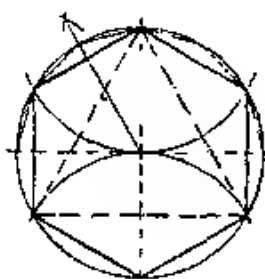
1) В данный круг вписать или вокруг данного круга описать правильный шестиугольник (черт. 54).

Радиус круга будет стороной вписанного шестиугольника, одновременно получается равносторонний треугольник и делением пополам шестой части окружности — правильный 12-угольник; далее 24-угольник и т. д.

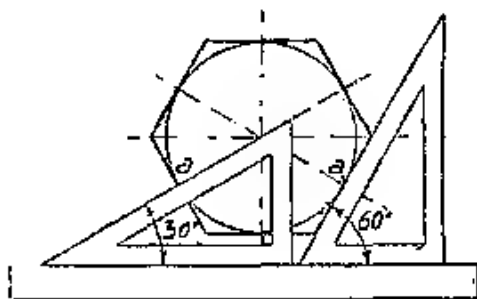
2) Шестиугольник, описанный вокруг круга помощью чертежного угольника (черт. 55).



Для изображения правильного шестиугольника чертежник часто пользуется данным вписанным кругом, диаметр которого, например, при шестигранной гайке, соответствует отверстию ключа. Угольником пользуются, как показывает чертеж. Сперва следует отметить точки *a*. Подобным же образом поль-



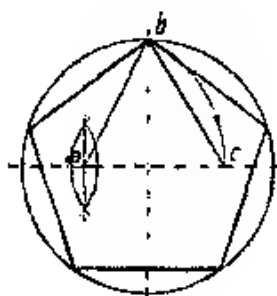
Черт. 54.



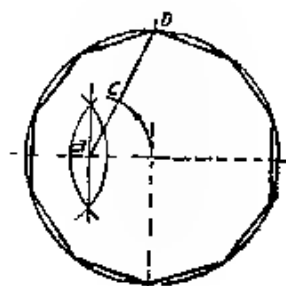
Черт. 55.

зуются угольником для изображения шестиугольника, поставленного на вершину угла (относительно представленного на фигуре повернут на  $30^\circ$ ).

3) Пятиугольник (черт. 56).



Черт. 56.



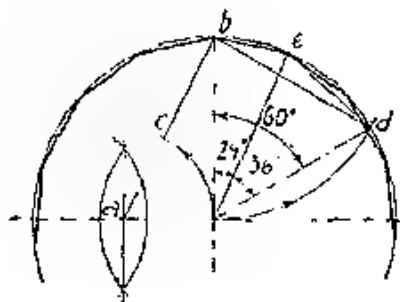
Черт. 57.

Радиус круга делят пополам, из *a*, как центра, описывают дугу радиусом *ab*, которая засекает диаметр в *c*; тогда *bc* и будет длина стороны пятиугольника.

4) Десятиугольник (черт. 57).

Десятиугольник получился бы из пятиугольника, если опустить из центра описанного круга перпендикуляры на стороны пятиугольника. Непосредственно десятиугольник строится следующим образом:

*ab* находят, как на черт. 56. На *ab* от *a* откладывают  $\frac{1}{2}$  радиуса круга, остающийся отрезок *bc* и есть сторона правильного десятиугольника.



Черт. 58.

5) Пятнадцатигуль-ник (черт. 58).

Если *bd* сторона правильного шестиугольника (радиус круга), *de* *bc* - сторона десятиугольника (построение черт. 57), тогда хорда *be* и будет сторона пятнадцатигульника.

Одновременно получают-ся центральные углы шестиугольника, десятиугольника и пятнадцатигульника  $60^\circ$ ,  $36^\circ$  и  $24^\circ$ .

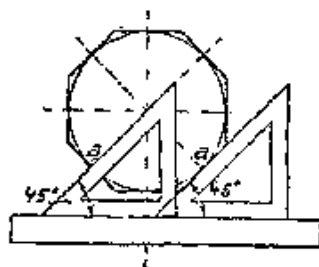
6) Правильный восьмиугольник вписать в квадрат (черт. 59).

Из вершин углов квадрата описывают дуги радиусом, равным половине диагоналей пересечения этих дуг со сторонами квадрата и будут вершины углов восьмиугольника.



Черт. 59.

7) Восьми-угольник описать вокруг круга, пользуясь чертежным угольником (черт. 60). Построение ясно из чертежа.



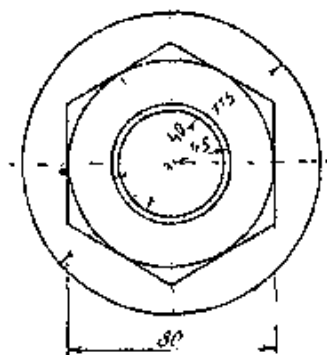
Черт. 60

Диаметр данного вписанного круга соответствует отверстию ключа восьмигранной гайки (сравн. построение черт. 55).

8, Шестигранная гайка (черт. 61).

Правильный шестиугольник: вписанная окружность.

9) Правильные десятиугольники и пятиугольники стоят в связи с рассмотренным выше золотым сечением (гармонической пропорциональностью).



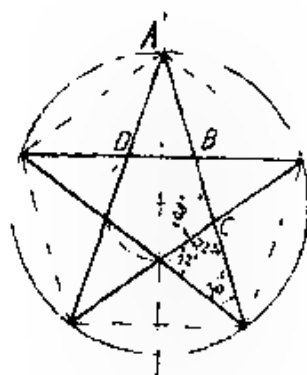
Черт. 61.

Если в треугольнике  $ABC$  (черт. 62), образованном стороной правильного десятиугольника и радиусами описанного около него круга, отложить  $AD = AB$ , то точка  $D$  разделит  $AC$  в среднем и крайнем отношении.

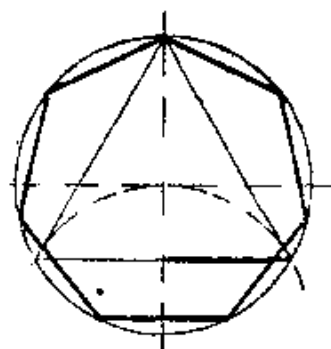


Черт. 62.

Если в правильном пятиугольнике соединить вершины через одну, то получится пятиконечная правильная звезда (черт. 63), образуемая из рассмотренных на черт. 62 треугольников.



Черт. 63.



Черт. 64.

10) В данный круг вписать правильный семиугольник.

Задача может быть решена лишь приближенно (черт. 64). Вписывают правильный треугольник. Половина стороны

его может быть принята равной стороне искомого семиугольника

Степень точности приведенного построения видна из следующего.

Пусть  $r$  и  $d$  — радиус и диаметр описанного круга,  $s$  — истинная, а  $s_1$  — построенная сторона семиугольника. Соединив вершину вписанного треугольника (черт. 64) с серединой противоположной стороны его, получим прямоугольный треугольник, из которого:

$$\frac{s_1}{r} = \cos 30^\circ, \quad s_1 = r \cos 30^\circ = 0,8660 r = 0,4330 d.$$

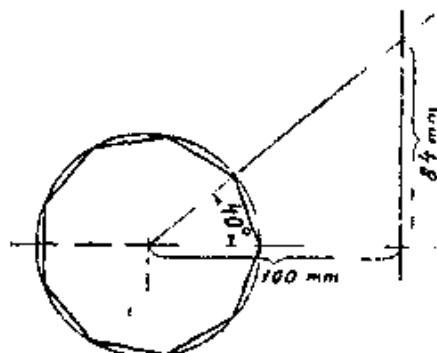
Центральный угол  $\alpha$  правильного семиугольника равен  $51^\circ 25' 43''$ ,  
 $\frac{\alpha}{r} = 25^\circ 42' 51\frac{1}{2}''$

Для прямоугольного треугольника, построенного на радиусе и половине истинной стороны семиугольника,

$$\frac{s}{2} = r \sin \frac{\alpha}{2}; \quad s = 2r \sin 25^\circ 42' 51\frac{1}{2}'' = 0,4539 d.$$

Следовательно, ошибка в приведенном выше построении  $\approx 0,001 r$ .

11) В данный круг вписать правильный девятиугольник.



Черт. 65.

Возможно лишь приближенное построение. С помощью транспортира строят центральный угол  $40^\circ$ , а затем и стороны 9-угольника.

Другое построение производится по способу тригонометрических функций, изложенному на стр. 38.

Находят по таблицам тригонометрических величин:

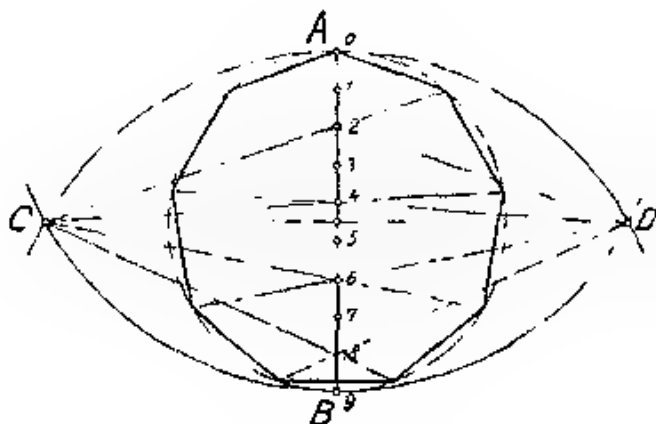
$$\operatorname{tg} 40^\circ = 0,839 = \frac{84}{100}.$$

Построение — на черт. 65.

12) В данный круг вписать правильный  $n$ -угольник (черт. 66 и 67).

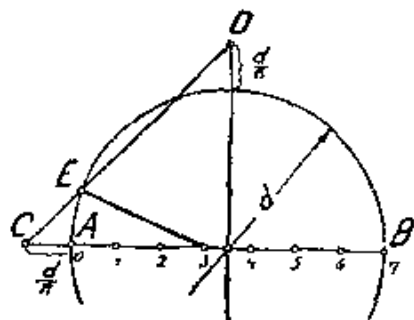
Приводимые ниже построения применимы для всякого правильного  $n$  — угольника.

**Построение I.** Делят диаметр  $AB$  (черт. 66) на  $n$  равных частей (например, на 9). Диаметром  $AB$ , как радиусом, описывают из точек  $A$  и  $B$  дуги, пересекающиеся в точках  $C$  и  $D$ . Проводят из  $C$  и  $D$  прямые через все четные (или все нечетные) деления. Точки пересечения с окружностью этих прямых дадут с достаточной степенью точности вершины искомого  $n$ -угольника (на чертеже — 9-угольника).



Черт. 66.

**Построение II.** Оно применимо для правильных многоугольников, имеющих 5 и более сторон (черт. 67).



Черт. 67.

Делят диаметр  $AB$  на  $n$  (напр., 7) равных частей. Удлиняют каждый из двух взаимно перпендикулярных диаметров, изображенных на чертеже, на величину  $\frac{d}{n}$  и соединяют точки  $C$  и  $D$ . Точку  $E$  пересечения прямой  $CD$  с окружностью соединяют в каждом данном случае с 3-й точкой деления

диаметра. Отрезок  $ЕЗ$  будет искомой стороной  $n$  — угольника (в нашем случае — 7-угольника).



3) На данной стороне  $AB$  построить

а) правильный десятиугольник, б) правильный пятиугольник (черт. 69).

Перпендикулярно к  $AB$  проводят  $BM = \frac{AB}{2}$ . из  $M$  радиусом  $\frac{AB}{2}$  описывают окружность и проводят секущую  $AD$ . Из точек  $A$  и  $B$  описывают дуги радиусом  $AD$ , пересекающиеся в точке  $C$ , которая и есть центр правильного десятиугольника. Дальнейшее построение, как в п. 2). На основании сказанного выше о разделении линии в крайнем и среднем отношении (см. черт. 32), видно, что линии  $AD$  и  $AB$  находятся между собой в гармоническом отношении.

Следовательно,  $\triangle ABC$  (сторона  $AC = BC = AD$ ) есть действительно центральный  $\triangle$  правильного десятиугольника (сравн. черт. 62), чем и доказывается правильность построения.

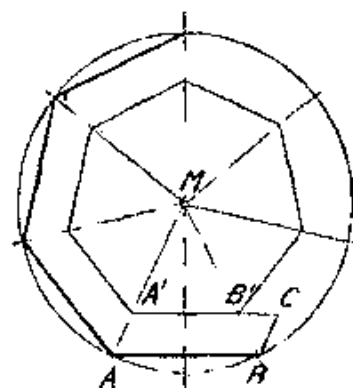
Точка  $C$  есть также вершина правильного пятиугольника, противолежащая стороне  $AB$ . Вершины  $E$  и  $F$  определяются засечкой.

4) Общий прием. Построить правильный  $n$ -угольник по заданной стороне  $AB$ .

Пусть  $n = 7$ . Строят произвольный правильный 7-угольник со стороной  $A'B' < AB$  (черт. 70). Откладывают  $A'C = AB$  и проводят  $CB \parallel AA'$  и  $BA \parallel A'C$ . Определив таким образом положение вершин  $A$  и  $B$ , не трудно построить весь искомый многоугольник concentрично начерченному меньшему.

Пример. Начертить правильный одиннадцатиугольник, длина стороны которого — 25 мм.

Построение может быть выполнено чертежником, согласно сказанному выше.



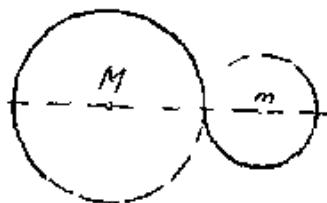
Черт. 70

## ГЛАВА V.

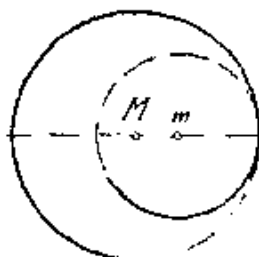
### Сочетание окружностей. Спираль.

#### 16. Переход одной окружности в другую окружность и в прямую.

При техническом черчении часто приходится иметь дело с двумя окружностями, переходящими одна в другую, или с окружностями, переходящими в прямые линии. Места



Черт. 71.

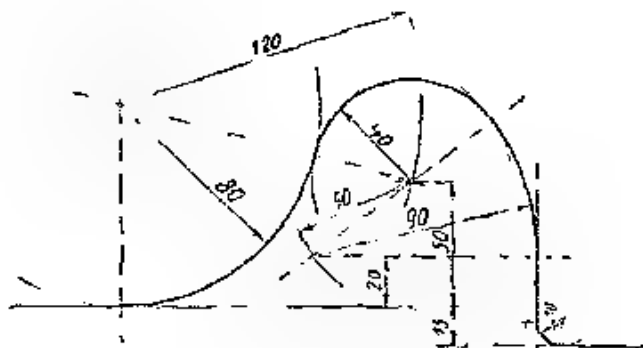


Черт. 72.

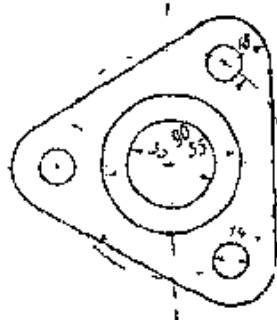


Черт. 73.

переходов (точки касания) и центры дуг должны при этом определяться не ошупью, а точным построением. Приводим несколько примеров для упражнения.



Черт. 74.

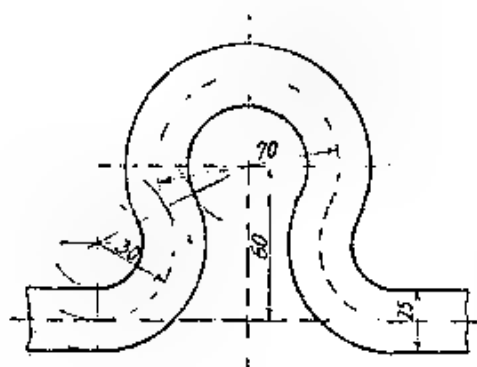


Черт. 75.

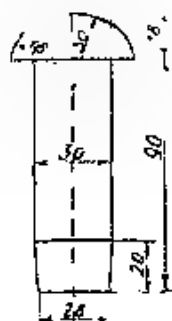
Место перехода одной окружности в другую определяется централью обеих окружностей.



место перехода окружности в прямую — перпендикуляром, опущенным из центра окружности на прямую.

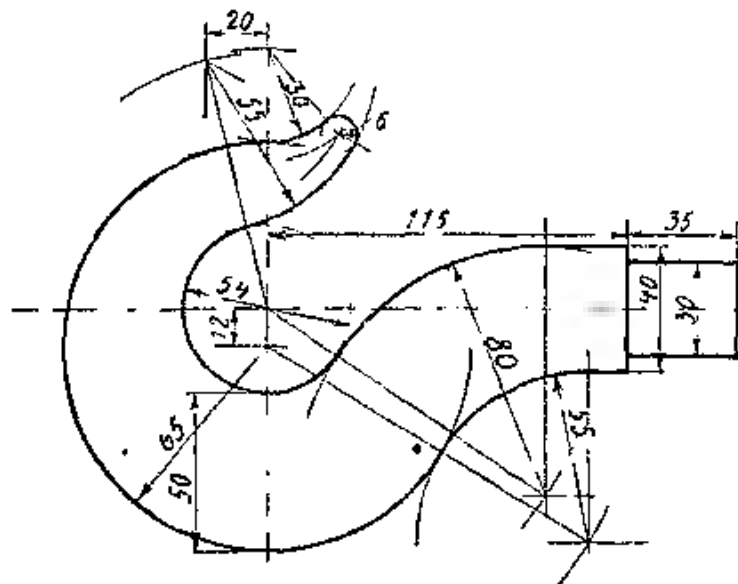


Черт. 76



Черт. 77

1) Чертежи 71, 72, 73 и 74 знакомят с общими приемами построения при переходе одной



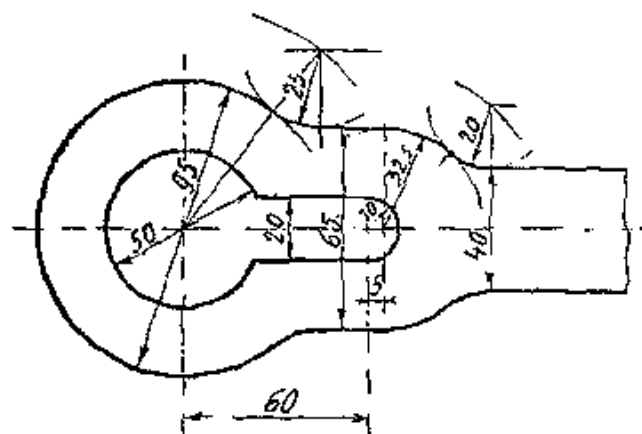
Черт. 78.

окружности в другую окружность и в прямую линию.

2) Треугольный фланец (черт. 75)

Касательные к двум кругам, которые описаны из центров болтовых отверстий радиусом в 18 мм

3) Расширительная труба (черт. 76).



Черт. 79.

Переходы от окружностей к окружностям и от окружностей к прямым линиям.

4) Вид заклепок для клепки мостовых ферм (черт. 77).

5) Вид целного крюка (черт. 78).

6) Основной вид головки шатуна (черт. 79).

7) Правило для черчения сочетаний окружностей. В карандаше окружности нужно проводить всегда за пределы точки касания. При вычерчивании тушью начинать всегда с окружностей и затем примыкать прямые линии. Основные контуры обводить толстыми черными линиями.

## 17. Спираль.

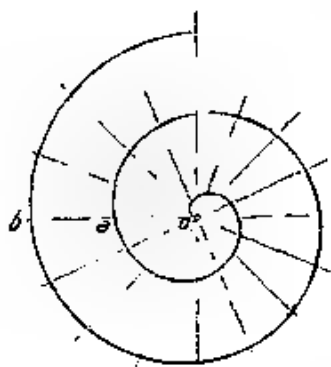
Спираль (так называемая Архимедова спираль) образуется, если точка движется на луче с равномерной скоростью в то время, когда луч движется равномерно около неподвижной точки или полюса о спирали.

1) Точное построение спирали (черт. 80).

Через точку *о* проводят лучевую звезду (примерно 16 лучей). Если точка, движущаяся от *о*, после одного оборота луча (на  $360^\circ$ ) достигла точки *а*, то после  $1,16$  оборота эта

точки находится от полюса  $o$  на расстоянии  $\frac{ao}{16}$ . Если при черчении принять, примерно,  $ao = 32$  мм, то точка спирали лежит на первом луче на расстоянии 2 мм, на втором — на расстоянии 4 мм, на третьем — на расстоянии 6 мм, и т. д. от полюса  $o$ . После двух поворотов точка спирали находится в  $b$ . Расстояние между ветками спирали  $oa = ab$  (32 мм) называется шагом или ходом спирали.

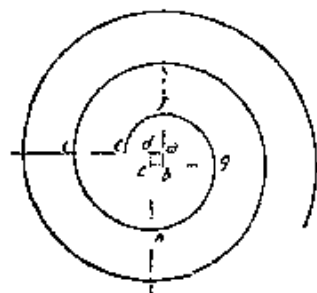
В карандаше кривую проводят от руки, соединяя отдельные найденные точки, и лишь при вычерчивании тушью пользуются соответствующими лекалами. Спираль может виться направо, как в нашей фигуре, или налево.



Черт. 80.

2) Приближенное построение спирали. Упражнение для сочетания дуг (черт. 81)

Кривая спирали заменяется приближенно построением дуг. В основу построения мы берем квадрат  $abod$  (размер стороны, примерно, 5 мм) и из точки  $a$  описываем произвольным радиусом четверть окружности  $ef$ , затем из точки  $b$  гладким переходом четверть окружности  $fg$ , из  $c$  — четверть окружности  $gh$ , из  $d$  — четверть окружности  $hi$  и т. д. Шаг спирали тогда равен периметру квадрата (в данном случае 20 мм).



Черт. 81.

Спираль можно еще точнее составить из шестых, восьмых, двенадцатых, шестнадцатых и т. д. частей окружностей, беря в основу построения соответственный правильный многоугольник.

Шагом спирали будет периметр многоугольника, положенный в основу построения.

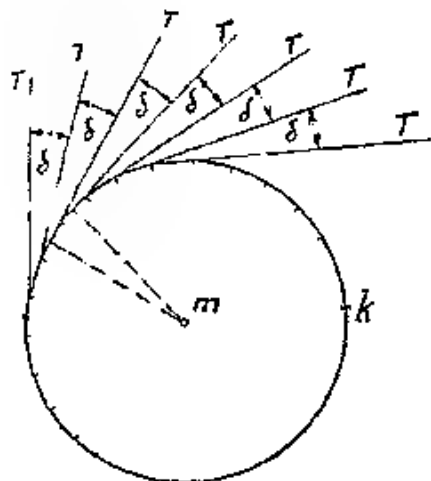
## ГЛАВА VI

## Общее о кривых. Построение касательных и нормалей к кривым.

## 18. Плоские кривые. Круг кривизны. Поворотная и двойная точки.

Линию можно себе представить, как образованную движением точки. Если точка при этом движении сохраняет неизменно свое направление, то эта линия будет прямая, если же точка постоянно меняет свое направление, то образуется кривая линия; она называется плоской кривой, если точка движется по плоскости; линией двойной кривизны или пространственной кривой, если точка движется в пространстве.

1) Здесь, в геометрическом черчении, мы будем иметь дело с плоскими кривыми. Самая правильная кривая—это окружность, она во всех точках имеет одинаковую кривизну. Окружность можно себе представить, как правильный многоугольник с бесконечным числом сторон, которые тогда так бесконечно малы, что их можно рассматривать, как точки окружности, хотя на самом деле это



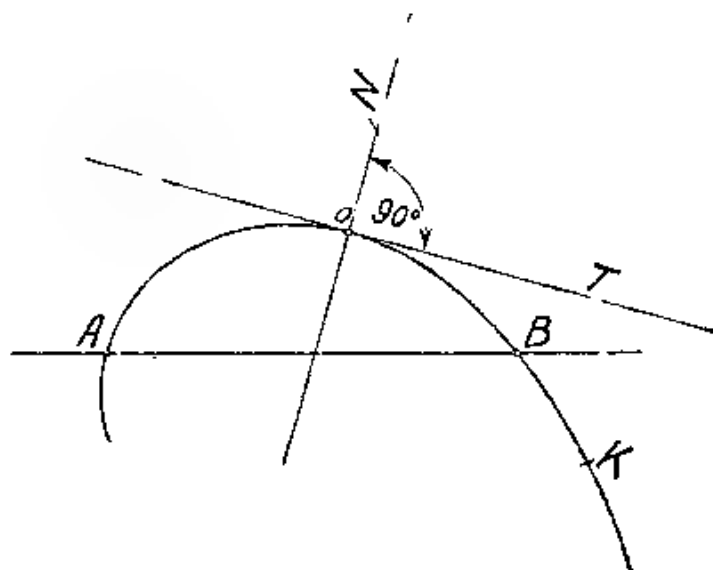
Черт. 82.

будут отрезки прямой, бесконечно малые хорды.

Перпендикуляры к срединам этих бесконечно малых хорд пересекаются в центре окружности  $m$  (черт. 82). Каждая такая хорда, продолженная, дает касательную к кругу, которая с его окружностью имеет общий точкообразный отрезочек, другими словами, одну общую точку. Каждая касатель-

ная образует со следующей касательной один и тот же угол  $\delta$ , называемый углом кривизны дуги круга. Касательная дает направление движения точки в каждой точке окружности. Вращаемый на нитке тяжелый шар в момент разрыва нитки будет двигаться по касательной к кругу. Все сказанное о круге мы можем соответственно отнести ко всякой кривой.

2) Как у круга, линия пересекающая кривую  $K$  в 2 точках  $A$  и  $B$ , называется секущей, а сам отрезок  $AB$  — хордой кривой. Мы можем себе представить каждую кривую



Черт. 83.

ую составленной из ряда бесконечно малых прямых отрезков, так называемых элементов кривой.

Такой элемент  $o$  кривой, который мы можем рассматривать, как точку  $o$  кривой  $K$ , продолженный, дает касательную  $T$  (черт. 83) к кривой в точке  $o$ . Если, как на черт. 82, продолжать отдельные, следующие друг за другом, элементы кривой, превращая их в касательные к кривой, то каждая касательная с предшествовавшей образует угол кривизны  $\delta$ , который для каждой пары касательных будет иметь другую величину.

Нормаль в  $o$  (середина элемента кривой) к  $T$  будет нормалью к кривой  $K$  в точке  $o$ , она пересекает в этой точке кривую под прямым углом

Тяжелый шар,двигающийся принудительно по кривой, будет стремиться двигаться по направлению касательной в той точке кривой, в которой он покинет кривую.

3) Круг кривизны (черт. 84).

Мы измеряем кривизну кривой в данной точке кругом, кривизна которого совпадает в этой точке с кривизной кривой, и называем его кругом кривизны кривой в данной точке; радиус его  $\rho$  будет радиусом кривизны. Круг кривизны из всех кругов ближе всего прилегает к кривой.



Черт. 84

Чтобы отыскать круг кривизны для точки  $o$  кривой  $K$ , восстанавливают перпендикуляры из середины двух соседних эле-

ментов кривой  $o$  и  $o'$ , эти перпендикуляры пересекутся в точке  $m$ , центре круга кривизны  $k$  кривой  $K$  в точке ее  $o$ .

Итак, круг кривизны совпадает с двумя бесконечно близкими друг от друга элементами кривой или касательными, иначе говоря, если мы рассматриваем элементы кривой, как бесконечно малые хорды, круг кривизны проходит через три бесконечно близкие между собой точки кривой.

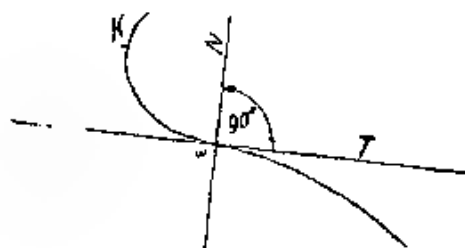
Вообще говоря, круг кривизны касается кривой, и около самой точки касания пересечет кривую, как показывает наша фигура. Если же кривая расположена симметрично по отношению к линии симметрии, как, напр., кривые конических сечений и циклоиды (см. следующие отделы), тогда круг кривизны не пересечет кривую в ее вершине, а, прикасаясь снутри, к ней прильнет или ее обхватит снаружи. Такой вершинный круг кривизны тогда будет иметь общими с кривой 4 соседних бесконечно близких точки или 3 соседних касательных; средняя из этих касательных будет перпенди-

кулярная к линии симметрии вершинная касательная кривой; центр кривизны лежит на линии симметрии.

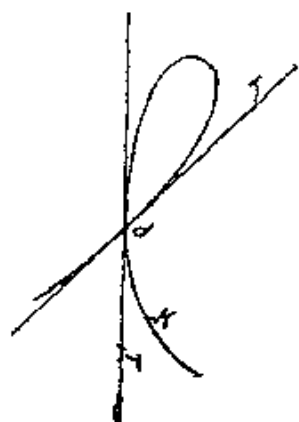
Для правильного вычерчивания коротких отрезков кривой полезно пользоваться вместо лекала кругом кривизны. Центр его может быть найден, как показывает черт. 84, на нормали в точке кривой, оцупую разными радиусами.

Вершинные круги кривизны конических сечений в дальнейшем будут определены точными построениями

Чем толще линии чертежа, тем



Черт. 85.



Черт. 86.

больше будет отрезок, на протяжении которого данный круг кривизны графически будет совпадать с кривой.

4) Поворотная точка (черт. 85).

Точка  $\omega$ , в которой кривая из изогнутой переходит в выпуклую, называется поворотной или инфлекционной точкой кривой. Радиус кривизны такой кривой в точке  $\omega$  бесконечно велик. Скатывающаяся по кривой касательная в этой точке кривой меняет направление вращения.



Черт. 87

5) Двойная точка (черт. 86).

Двойная точка образуется, если кривая петлеобразно пересекает самое себя. В точке пересечения  $d$  кривая имеет тогда 2 касательные  $\Gamma$  и  $\Gamma'$ .

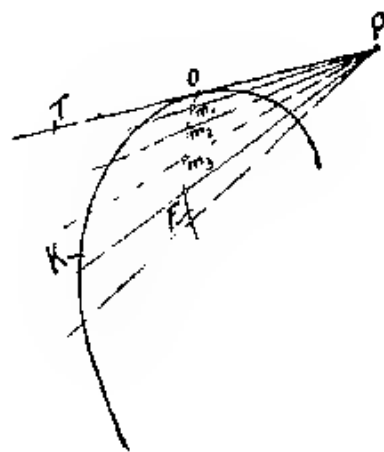
### 6) Возвратная точка.

Если себе представить, что петля, изображенная на черт. 86, затягивается, то в конце концов образуется точка, возвратная точка  $r$  кривой  $K$ . Движущаяся точка здесь внезапно меняет свое направление:  $T$  — общая касательная к обеим ветвям кривой (черт. 87)

## 19. Построение касательных и нормалей к кривым.

В машиностроении иногда приходится вычерчивать касательные и нормали к кривым (как при построении профилей зубьев зубчатых колес). При помощи следующих рассуждений это может быть легко исполнено.

1) К данной кривой  $K$  из точки  $P$  провести касательную и определить точку касания. Произвольная, непрерывно изогнутая кривая  $K$  может быть вычерчена помощью лекала (черт. 88).



Черт. 88.

Касательная  $T$  проводится путем точного прикладывания линейки через  $P$  к кривой, что можно выполнить довольно точно. Только точку касания  $o$  нельзя точно определить, так как касательная на чертеже совпадает к кривой, особенно, если эта последняя мало изогнута, на протяжении измеряемого отрезка. С большей точностью точку касания определяют таким путем, что проводят через  $P$ , подводя воз-

можно ближе к  $T$ , ряд секущих, имеющих 2 точки пересечения с кривой. Если соединить середины  $m_1, m_2, m_3$  и т. д. полученных хорд кривой, то мы получим новую непрерывно изогнутую кривую, так называемую, кривую ошибок, или показывающую ошибки кривую  $F$ , которая при продол-

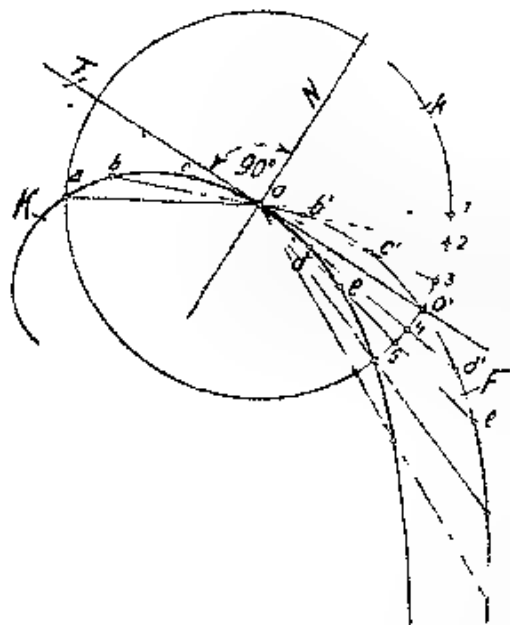


нии должна пройти через точку  $o$ . Чем теснее хорды и движутся к действительной точке касания  $o$ , тем более и приближаются к элементу кривой. Кривая  $F$ , вычерченная ее естественном продолжении, пройдет через середину того элемента, т.-е. через точку касания  $T$  и  $K$ .

Если касательная не должна пройти через данную точку, а иметь лишь определенное направление, то применяют тот же способ, только хорды проводят параллельно данному направлению.

2) В точке  $o$  уже вычерченной кривой провести касательную (черт. 89).

Из  $o$  произвольным радиусом описывают окружность  $k$ , которая пересекает кривую  $K$  в 2 точках, и через  $o$  проводят ряд лучей, которые пересекают  $K$  и  $k$ . Затем хорды  $oc$ ,  $ob$  и  $oa$  передвигают на лучах в одинаковом направлении, пока точка хорды  $o$  не ляжет на окружность круга  $k$ , так что  $oc = 3c'$ ,  $ob = 2b'$  и, конечно,  $oa = 1o$ . То же проделывают и с хордами, которые



Черт. 89.

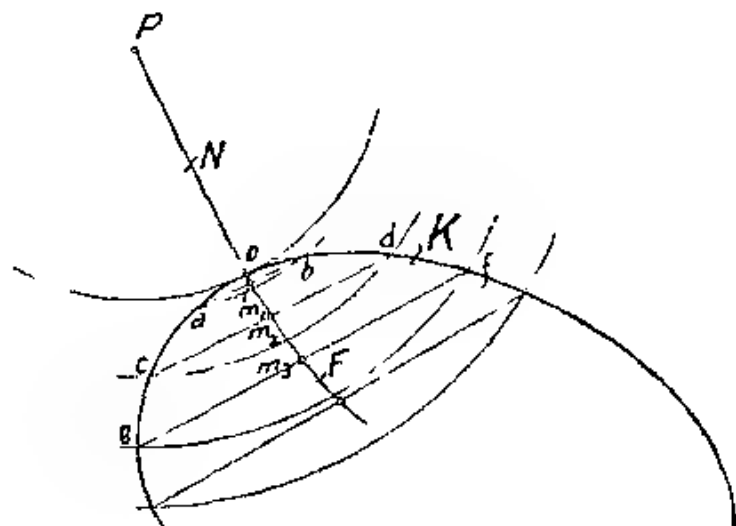
расположены направо от точки касания, т.-е.  $od = 4d'$ ,  $eo = 5e'$  и т. д. Соединением точек  $b'c'd'e'$  и т. д. получают кривую ошибок  $F$ , которая кривую  $K$  естественно должна пересечь в точке  $o$ . (Можно без затруднений тем же способом вычертить продолжение  $F$  за пределы  $o$ , только это не необходимо). С достаточной графической точностью получают точку пересечения  $o'$  кривой  $F$  и окружности  $k$ . Для луча  $o'o$  действительно то же положение, как и для других лучей и их отрезков. Отрезок на луче между  $F$  и

т.-е. длина хорды, здесь  $= O$ , луч  $o'o$  не дает отрезка хорды ни налево, ни направо и  $o'o$  есть касательная к  $K$  в точке  $o$ .

Нормаль  $N$  может быть легко вычерчена  $\perp$  к  $T$  в точке  $o$ .

3) Из данной точки  $P$  провести нормаль  $N$  к уже вычерченной кривой  $K$  (черт. 90)

Из  $P$  описывают окружность, пересекающую кривую  $K$  в двух возможно близких друг от друга точках  $a$  и  $b$ . Затем из этой же точки  $P$ , большими радиусами, описывают еще



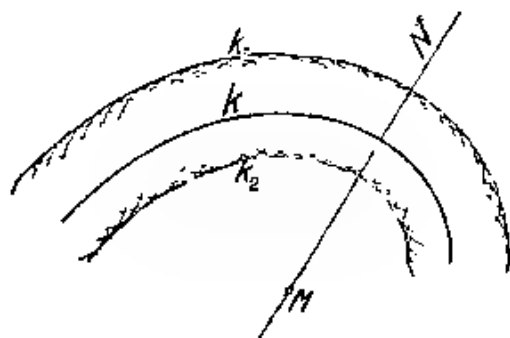
Черт. 90.

ряд окружностей, которые дадут точки пересечения, а стало быть, и хорды  $cd$ ,  $ef$  и т. д. Путем соединения середин хорд  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  и т. д. можно вычертить кривую ошибок  $F$ , которая в продолжении пересечет кривую  $K$  в точке  $o$ . Окружность, описанная из  $P$ , проходящая через  $o$ , касается кривой  $K$ ; касательная к этому кругу в точке  $o$  будет одновременно и касательной к кривой  $K$ , так как  $o$  опять-таки представляет собою элемент кривой.  $Po$ , как радиус касательного круга, перпендикулярен к общей касательной (здесь не показанной), а стало быть и  $\perp$  к кривой  $K$ . Из этого следует, что  $Po$  искомая нормаль  $N$  к кривой.

Если бы кривая  $K$  была дугою круга, то очевидно, что кривая ошибок  $F$  должна бы быть прямой линией, радиусом этой дуги, как линия соединения всех середин хорд.  $N$ —тогда прямолинейное продолжение  $F$ .

4) К данной кривой  $K$  провести параллельные ей или эквидистантные кривые (т. е. отстоящие от нее на одном и том же расстоянии на всем своем протяжении): 1) большего и 2) меньшего радиуса кривизны.

Пусть внешняя кривая (т. е. большего радиуса кривизны) должна отстоять от кривой  $K$  на расстоянии  $r$ . Из произвольно взятого на кривой  $K$  ряда центров (в близком расстоянии один от другого) описывают радиусом  $r$  дуги, пересекающиеся между собой по внешнюю сторону кривой  $K$  (черт. 91). Обгибающая касательная кривая  $K_1$  к этим дугам есть искомая кривая большего радиуса кривизны. Подобным же построением определяется кривая  $K_2$  меньшего радиуса кривизны.



Черт. 91.

Всякая нормаль  $MN$  к кривой  $K$  нормальна и ко всем параллельным ей кривым, при чем все точки кривых, лежащие на прямой  $MN$ , имеют один и тот же центр кривизны  $M$ .

5) Практическое вычерчивание кривых.

Кривые вычерчивают в большинстве случаев таким путем, что определяют возможно точно 'отдельные' точки кривой, которые соединяются от руки непрерывной карандашной линией. Так, например, вычерчивалась спираль (черт. 80). Так как все кривые, с которыми нам впредь придется иметь дело, имеют закономерный непрерывный ровный ход, то легко практикой присвоить себе верность глаза для определения правильности вычерченной кривой. Если соединение точек кривой

даст волнообразную, неправильную кривую линию, то это в большинстве случаев будет зависеть от неточного вычерчивания; тогда следует избрать ровную середину между отклоняющимися точками, а точной проверочной конструкцией можно убедиться, что это и будет правильная кривая.

В местах, где кривая имеет более крутой изгиб, следует точки строить гуще, чем в местах, где она протекает более плавно.

Во всяком случае необходимо, помимо ряда произвольных точек, определить важные, так называемые, особые точки: высшие и низшие точки, вершины на осях симметрии, точки касания кривой с имеющимися прямыми и кривыми линиями.

Целесообразно ограничиваться, особенно при обводке тушью, малым количеством, но особо точно построенных точек кривой. Избыток линий перегружает чертеж и лишает его наглядности. Верным способом для правильного вычерчивания кривой служит всегда построение нескольких касательных к кривой. Достаточное число касательных может вполне облечь кривую и этим вполне определить ее. (Сравни, примерно, обертывающие кривые, которые рассмотрены на черт. 115 и 116). От руки начерченную карандашем кривую обводят тушью помощью подходящих лекал; если возможно, пользуются, как раньше сказано, приближенными круговыми дугами (практические круги кривизны).

## 20. Эволюта и эвольвента.

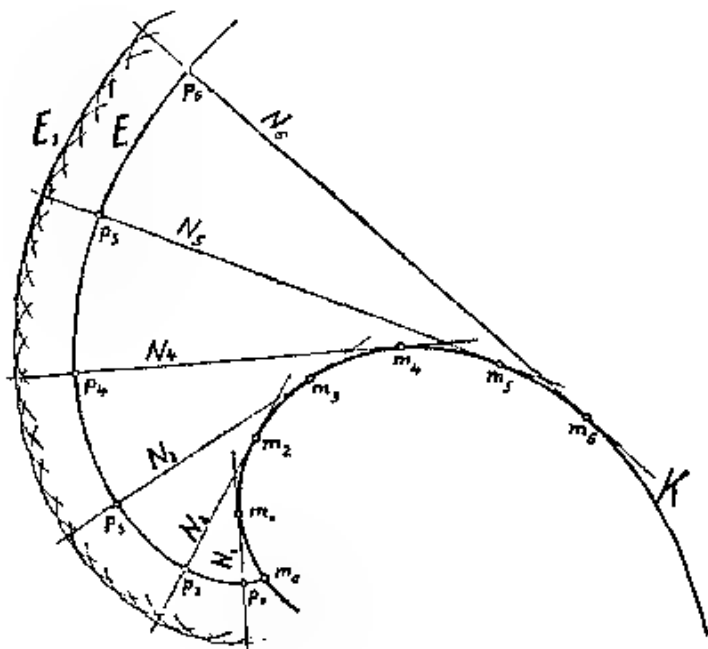
Представим себе, что некоторая кривая  $K$  (черт. 92) обернута нитью и эта нить под действием на нее постоянного натяжения разматывается с кривой  $K$ .

Каждая точка кривой  $K$  опишет некоторую новую кривую, называемую эвольвентой кривой  $K$ . Сама кривая  $K$  в этом случае получает название эволюты (от латинского *evolvere* — разматывать; эволюта — разматываемая, эвольвента — разматывающаяся). Указанное происхождение эвольвенты обус-

ловляет следующие взаимно связанные между собой свойства обеих кривых:

Всякая касательная к эволюте есть в то же время нормаль к эвольвенте.

Центры кривизны эвольвенты лежат в точках касания соответственных касательных к эволюте, которая вполне облекается этими касательными.



Черт. 92.

тельными. Всякий радиус кривизны эвольвенты есть выпрямленный отрезок эволюты, соответствующий этому радиусу.

К каждой эволюте возможно провести бесчисленное множество эвольвент. Но все параллельные кривые к любой эвольвенте принадлежат только одной эволюте. На черт. 92, например, параллельные между собой кривые  $E$  и  $E_1$  суть эвольвенты кривой  $K$ . Нормаль  $N_3$  к эвольвенте  $E$ ,  $m_3$ ,  $p_3$ ,

равна по длине отрезку кривой  $m_0 m_1 m_2 m_3$ . Эта нормаль сечет перпендикулярно также и кривую  $E_1$ . Точка  $m_3$  есть центр кривизны для точек сечения с нормалью  $N_3$  обеих эвольвент.

**Практическое вычерчивание эвольвенты.**

Натягивают вдоль кривой поверхности лекала тонкую нить, прикрепленную к концу карандаша посредством лент, и вычерчивают эвольвенту обернутого нитью отрезка кривой, развертывая (под натяжением) нить. Без труда можно быть построены и нормали к любым точкам эвольвенты: они совпадают с направлениями нити, расположенной всегда по касательной к кривой лекала.

Технику особенно часто приходится иметь дело с эвольвентой (разверткой) круга, к которой мы еще вернемся в дальнейшем.

Ее эволюта — окружность круга.

## ГЛАВА VII.

### Кривые конических сечений. Эллипс, парабола, гипербола.

Эти важные кривые, которые встречаются в многочисленных технических чертежах, являются плоскими сечениями цилиндра и конуса. Здесь, в геометрическом черчении, эти кривые подлежат вычерчиванию по их основным математическим качествам, как кривые в плоскости, независимо от пространственных форм соответствующих им геометрических тел.

#### 21. Эллипс.

1. Каждая точка эллипса (черт 93) так расположена, что сумма расстояний ее от двух постоянных точек — фокусов — величина постоянная.

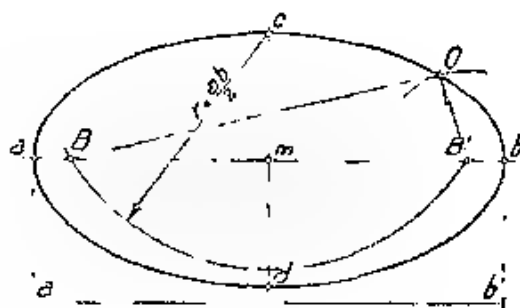
Основываясь на этом, легко построить эллипс. Даны фокусы  $B$  и  $B'$  и отрезок  $ab$  (сумма расстояний). Расстоя-

ние  $BB'$  делится пополам, от середины  $m$  откладывают половину  $ab$ ; тогда получают точки эллипса  $a$  и  $b$ .

Дуги круга, описанные из фокусов радиусом  $r = \frac{ab}{2}$ , дают точки  $c$  и  $d$  эллипса. Дальнейшие точки получают, если произвольным отрезком  $BO$  расстояния  $ab$  описать дугу из точки  $B$ , и остающимся отрезком  $B'O$  — дугу из  $B'$ . Каждая точка удовлетворяет условию:

$$OB + OB' = ab.$$

На черт. 93  $ab$  — большая ось,  $cd$  — малая ось,  $m$  — центр эллипса. Любая хорда через центр будет диаметром эллипса. Линии соединения точек эллипса с фокусами (напр.,  $OB$  и  $OB'$ ) называются радиусами-векторами.



Эллипс  
 $OB + OB' = ab$   
Черт. 93.

Механически легко построить математически точный эллипс, если в фокусах укрепить концы нитки (на воткнутых шпильках), нитку натянуть карандашом в точке  $O$ , и вести карандашом по натянутой нитке.

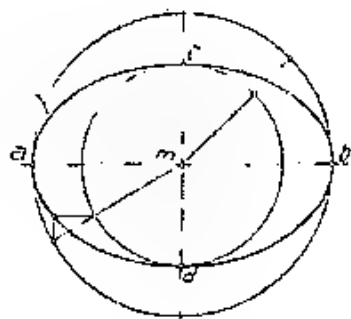
2) Даны главные оси  $ab$  и  $cd$  эллипса. Построить эллипс (черт. 94).

Из центра  $m$  описывают окружности полуосями  $ma$  и  $mc$  и проводят ряд лучей, пересекающих эти окружности; если через такие точки пересечения провести к осям параллели, то эти последние, пересекаясь, дадут точки эллипса.

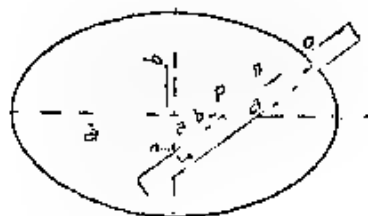
Описанная окружность называется главной окружностью эллипса, вписанная — второй главной окружностью эллипса.

3) Построить эллипс с помощью бумажной полосы. Даны обе главные оси.

Путем нанесения (как показано на чертеже 95) полуосей  $a$  и  $b$  на бумажную полосу получают на ней точки  $n$  и  $p$ . Если полосу передвигать так, чтобы точка  $n$  двигалась



Черт. 94.



Черт. 95.

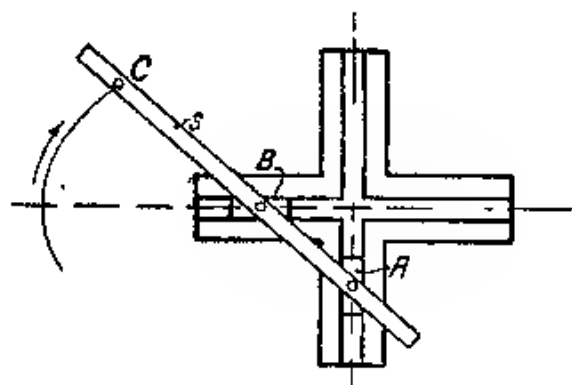
по малой оси, а точка  $p$  по большой оси, то точка  $o$  опишет эллипс.

На этом принципе построен эллипсограф (специальный циркуль для вычерчивания эллипсов, изображенный на черт. 96).

Точки цапф  $A$  и  $B$  скользят в прорезях, соответствующих осям эллипса, в  $C$  находится пишущий штифт, который по установке точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  описывает всякий желаемый эллипс.

На том же принципе основаны и эллипсоидальные токарные станки, так называемые, овальные станки.

4) Построить эллипс путем однородного сокращения и удлинения хорд круга  $K$ , перпендикулярных к данному диаметру, служащему одной из осей эллипса (черт. 97).



Черт. 96.

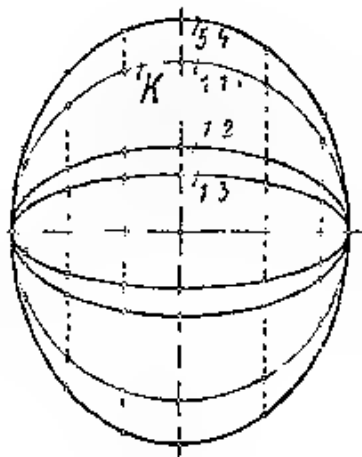


Построение понятно из чертежа.

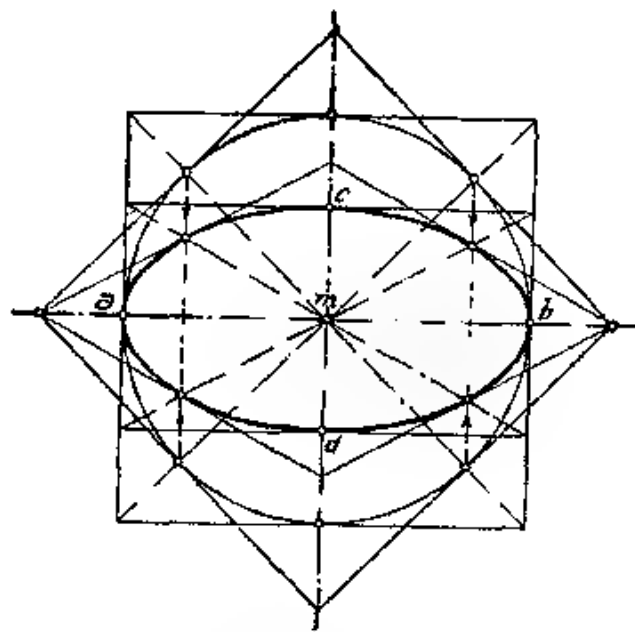
В каждом отдельном случае все хорды круга должны быть сокращены (или увеличены) в отношении, равном отношению осей получаемого эллипса.

5) Построить эллипс с помощью проведения 8 касательных к нему прямых (черт. 98).

Положим, что около главной окружности эллипса описаны два касательных к ней квадрата, расположенных взаимно под  $\angle 45^\circ$ . Представим себе, что все изображение повернуто около оси  $ab$ , параллельной плоскости чертежа, в некоторое новое наклонное положение и спроектировано (прямоугольно) на плоскость чер-



Черт. 97



Черт. 98.

тежа. Проекцией окружности будет эллипс, а проекциями квадратов соответственно прямоугольник и ромб.

Для определения нового положения точек касания заметим, что эти последние переместятся параллельно оси  $cd$  и займут соответственное положение на диагоналях прямоугольника и ромба, как это видно из черт. 98. Для большей точности построения кривой к найденным 8 точкам каса-



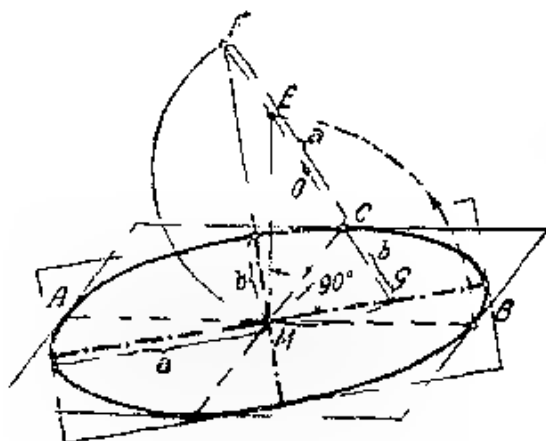
Через  $M$  проводят  $EM \perp AB$  и откладывают  $ME = MB$ .

Проводят через точки  $C$  и  $E$  прямую и из центра  $O$  (лежащего на середине  $EC$ ) радиусом  $OM$  описывают окружность, которая пересечет продолжение прямой  $EC$  в точках  $F$  и  $G$ . Прямая  $FM$  определит направление главных осей эллипса. Для определения длины их заметим, что  $CF = a$  — большей полуоси эллипса,  $CG = b$  — малой полуоси эллипса.

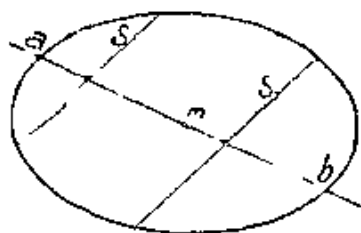
В рассмотренном случае мы опять имеем дело с 8 касательными, проведенными к эллипсу.

8) Найти центр данного эллипса (черт. 101).

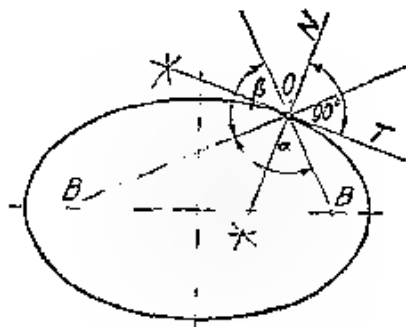
Проводят 2 произвольные параллельные хорды  $S$  и  $S_1$ . Линия, соединяющая их середины, пересекает эллипс в  $a$  и  $b$ . Хорда  $ab$  будет одним из диаметров эллипса, и его середина — центр эллипса. Главные оси находят построением, согласно черт. 99.



Черт. 100.



Черт. 101.



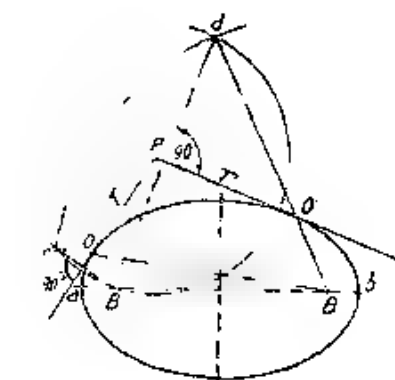
Черт. 102

9) В точке  $O$  эллипса провести касательную и нормаль (черт. 102).

Проводят фокусные лучи  $OB$  и  $OB'$ . Биссектриса угла  $\alpha$  даст нормаль  $N$ , а биссектриса побочного угла  $\beta$  — касательную  $T$ , перпендикулярную к нормали в точке  $O$  эллипса.

10) Из точки  $P$  провести касательные к эллипсу (черт. 103).

Из  $P$  описывают окружность, проходящую через один из фокусов  $B$ , а из другого фокуса описывают окружность радиусом равным большой оси  $ab$ . Точки пересечения этих двух окружностей будут  $c$  и  $d$ . Искомые касательные  $T$  и  $T'$  перпендикулярны к  $Bc$  и  $Bd$ ; их точки касания  $O$  и  $O'$  лежат на линиях, соединяющих  $B'$  с  $c$  и  $B'$  с  $d$ .



Черт. 103.

11) Определить точку касания касательной к эллипсу.

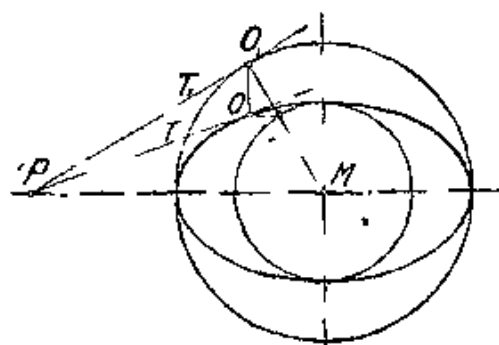
На касательной берут произвольную точку, и далее поступают, как показано на черт. 103, или же проводят две хорды, параллельные к данной касательной, и делят их пополам. Линия, соединяющая середины хорд, пройдет через точку касания касательной, параллельной к этим хордам (сравни построение черт. 101 и черт. 88, окончание).

12) Через точку  $P$ , лежащую на большой оси, провести касательную к эллипсу (черт. 104)

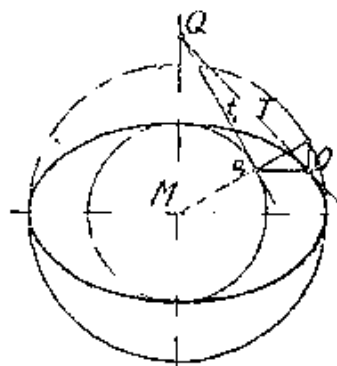
Проводят касательную  $T_1$  к главной окружности эллипса,  $O_1$  ее точка касания. Согласно черт. 94 определяют затем, с помощью радиуса  $MO_1$ , точку  $O$  эллипса. Прямая  $PO$  есть искомая касательная.

13) Через точку  $Q$ , лежащую на малой оси, провести касательную к эллипсу (черт. 105).

Проводят касательную  $t_1$  ко второй главной окружности вписанной окружности) эллипса,  $o_1$  — ее точка касания. Опре-

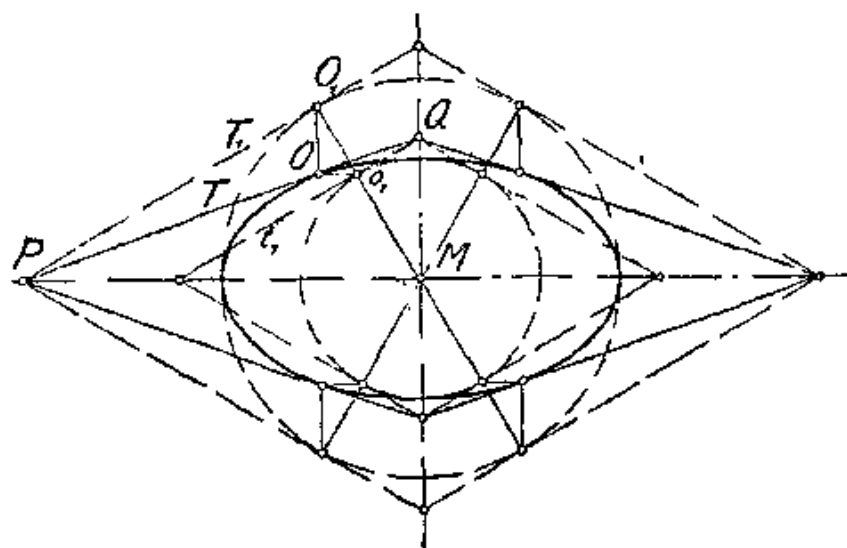


Черт. 104.



Черт. 105.

деляют затем с помощью радиуса  $Mo_1$ , точку  $O$  эллипса. Прямая  $QO$  есть искомая касательная.

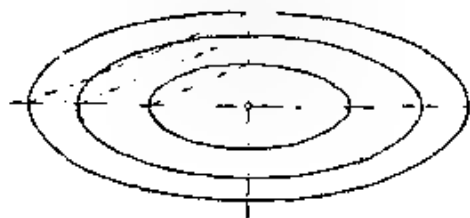


Черт. 106.

14) Через точку, данную на продолжении главной оси эллипса, всегда можно провести к нему две касательных, пересекающих вторую главную ось!

На черт. 106 соединены оба предыдущих построения (см 12 и 13).

Симметричным построением касательной  $PQ$  и ее точки касания в правой половине чертежа получим описанный около эллипса (касательный к нему) ромб, представляющий общий случай рассмотренного выше (черт 98) построения.

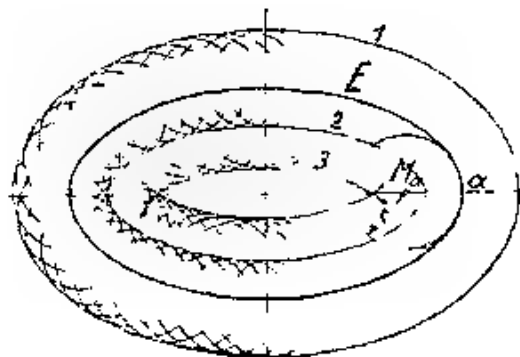


Черт 107

15) Подобие эллипсов (черт. 107).

Эллипсы подобны, если отношения их осей равны между собой.

Три эллипса, изображенные на черт. 107, подобны между собой. Они построены концентрично, оси их совпадают. Прямые, соединяющие концы осей каждого эллипса (проведены пунктиром), параллельны между собой, и образуемые ими прямоугольные треугольники подобны. Расстояние между кривыми друг от друга не одинаково для разных точек кривых.



Черт 108.

16) К эллипсу  $E$  провести параллельные ему кривые (черт. 108).

Порядок построения виден из чертежа. Параллельные кривые к эллипсу  $E$  не будут математически правильными эллипсами, как это легко заметить на чертеже. При возраста-

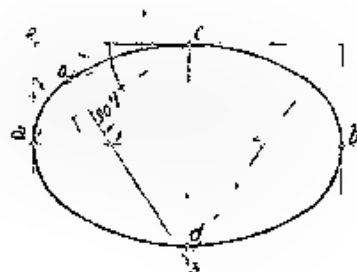
нии расстояния от эллипса внутренние параллельные ему кривые заостряются и, наконец, образуют перелом (как это видно на черт. 108). Последнее имеет место в том случае, когда расстояние кривой от  $E$  больше радиуса кривизны  $r$  в вершине  $a$  эллипса (см главные круги кривизны эллипса, черт. 127).

### 17) Построение коробовой дуги (овала).

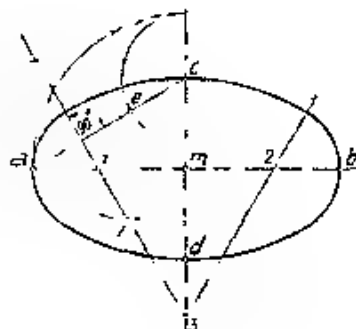
Эта фигура, похожая на эллипс, удобно вычерчивается дугами круга. Коробовые дуги описывают из 3, 5, 7 и более центров, приближаясь к форме эллипса по мере увеличения числа центров. Из большого числа конструкций покажем две.

#### Коробовая дуга из 3 центров (черт. 109).

Даны оси  $ab$  и  $cd$ . Принимая оси за средние линии прямоугольника, проводим  $ac$ , делим  $\angle eas$  и  $\angle esa$  пополам



Черт. 109.



Черт. 110.

и находим точку пересечения биссектрис  $o$ . Перпендикуляр из  $o$  на  $ac$  пересекает оси в точках 1 и 3. Симметрично направо к точке 1 лежит точка 2. Затем из точки 1 радиусом  $1a$ , из точки 2 радиусом  $2b$  и из точки 3 радиусом  $3c$  описываем дуги, которые и дадут половину коробовой дуги.

Симметрично к  $ab$  расположена нижняя половина замкнутой коробовой дуги.

Другое построение (черт. 110).

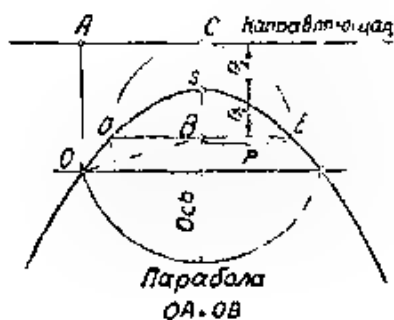
Даны оси  $ab$  и  $cd$ . Проводят  $ac$  и от  $a$  откладывают разницу полуосей  $cc$ . Перпендикуляр к середине  $ae$  дает точки пересечения с осями 1 и 3.

Таким же путем находят точку 2. Из центров 1, 2 и 3 радиусом  $1a$ ,  $2b$ ,  $3c$  описывают коробовую дугу равно примыкающими друг к другу дугами окружностей. В машиностроении это приближенное построение формы эллипса часто применяется для удобного вычерчивания фланцев, крышек, звеньев цепей и т. п. В строительном деле коробовая дуга имеет частое применение при сводах, ее легко нанести на кружало, и пазы кладки (направленные к центрам окружностей) определяются непосредственно.

## 22. Парабола.

1) Каждая точка параболы (черт. 111) находится на равном расстоянии от постоянной точки — фокуса и прямой линии — направляющей. Из этого свойства вытекает простое построение.

Дан фокус  $B$  и направляющая. Нормаль через  $B$  к направляющей дает ось параболы. На ней лежит вершина  $s$  на середине  $BC$ . Произвольным радиусом  $BO$  описывают дугу из  $B$ , и на расстоянии  $BO$  от направляющей проводят параллель к ней, так что



$AO \quad OB$

Черт. 111.

Таким же путем получают все дальнейшие точки. Удвоенное расстояние  $p$  фокуса от направляющей  $2p$  называется параметром параболы. Хорда  $DE$ , проходящая через фокус  $B$  и  $\perp$  к оси, и будет параметр  $2p$ . Ось параболы есть линия симметрии кривой, и по одну сторону направляющей продолжается в бесконечность.

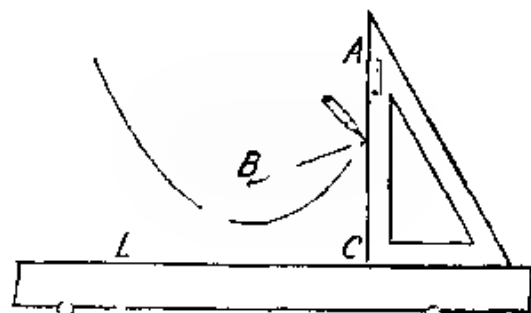


Парабола не имеет центра, как эллипс и гипербола (см. дальше). Эту кривую можно рассматривать, как эллипс с бесконечно большой осью и бесконечно отдаленным центром. Все хорды  $\parallel$  оси проходят через этот центр и будут, соответственно диаметрам эллипса, здесь диаметрами параболы.

2) Практическое построение параболы (черт. 112).

Подобно эллипсу, параболу также легко построить с помощью нити следующим образом.

Сторона  $L$  укрепленной на чертежной доске с помощью кнопок линейки (напр., рейсшины) служит направляющей. В фокусе  $B$  параболы воткнута тонкая игла. По направляющей  $L$  перемещается угольник, на катете  $AC$  которого в точке  $A$  укреплен конец нити (напр., посредством накладки и булавок). Другой конец нити закреплен в фокусе  $B$ . Длина нити равна расстоянию  $AC$ .



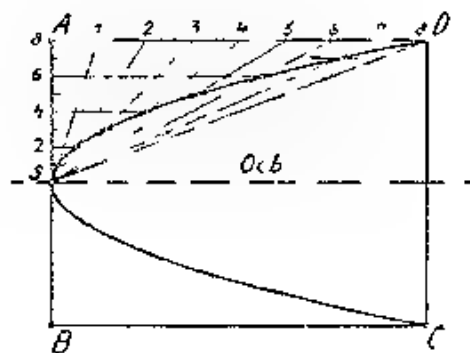
Черт. 112.

Если привести нить в натяжение острием карандаша, как показано на черт. 112, и перемещать угольник по направляющей  $L$ , то карандаш будет двигаться вдоль стороны  $AC$  угольника, вычерчивая ветвь параболы. Вторая ветвь параболы, симметричная построенной, вычерчивается таким же приемом, повернув предварительно угольник на другую сторону и перенеся его влево от фокуса  $B$ .

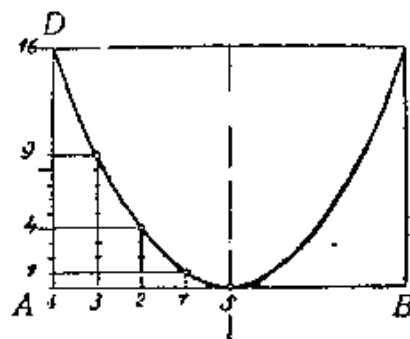
Нетрудно убедиться, что каждая точка механически построенной указанным приемом параболы вполне отвечает известному нам математическому свойству параболы.

3) Построить параболу по данным: вершине  $s$ , оси и одной точке параболы  $D$  (черт. 113).

Вычерчивают прямоугольник  $ABCD$ ,  $As$  и  $AD$  делят на одинаковое число равных частей и через точки деления на  $As$  проводят параллели к оси, а точки деления на  $AD$  соеди-



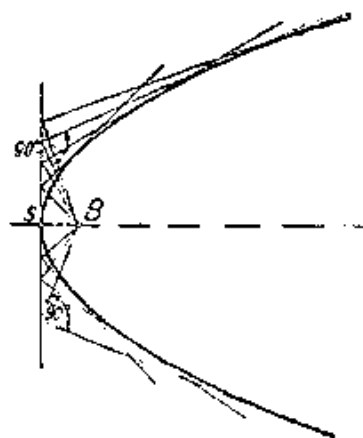
Черт. 113



Черт. 114.

няют с  $s$ . Точки пересечения соответствующих линий дадут точки параболы.

4 Другое решение той же задачи (черт. 114)



Черт. 115

Проводят касательную в вершине параболы и вычерчивают, подобно предыдущему, прямоугольник  $ABCD$ . Делят  $AS$  на  $h$  равных частей (в рассматриваемом черт. на 4), а  $AD$  — на  $h^2$  равных частей (в данном случае 16). В точках 1, 2, 3 отрезка  $AS$  и соответственно в точках 1, 1, 9 отрезка  $AD$  восстанавливают перпендикуляры до взаимного пересечения их. Кривая, соединяющая точки пересечения перпендикуляров, — искомая параболы

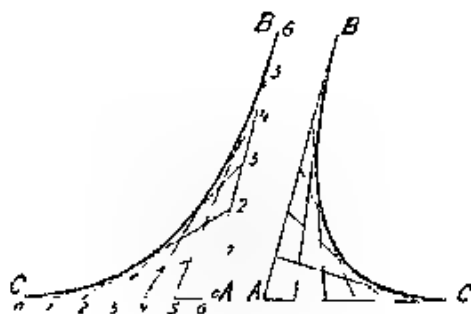
5) Построить параболу по данным: вершине  $s$  и фокусу  $B$  параболы (черт. 115).

В точке  $s$ , перпендикулярно к  $Bs$ , проводят касательную в вершине, и вдоль касательной заставляют скользить вершину

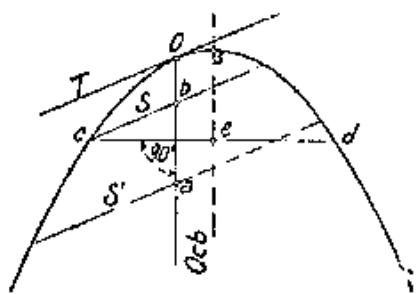
прямого угла так, чтобы одна из сторон его неизменно проходила через фокус  $B$ , тогда другая сторона всегда будет касательной к параболе, так что параболу обертывается рядом таких касательных (обертывающая кривая). Для вычерчивания части кривой около вершины  $s$  целесообразно пользоваться кругом кривизны. При следующей задаче параболу образует, как обертывающая кривая.

6) Построить параболу по данным двум касательным к ней  $AB$  и  $AC$  и точкам их касания  $B$  и  $C$  (черт. 116).

$AB$  и  $AC$  делят на одинаковое число равных частей, точки деления нумеруют, как показывает чертеж, и точки одинакового наименования соединяют. Полученные прямые будут



Черт. 116.



Черт. 117.

касательными к параболе и обертывают ее. Это построение параболы вполне пригодно для вычерчивания целесообразных и приятных для глаза изгибов форм в машиностроении (см. черт. 148).

7) Найти ось данной параболы (черт. 117).

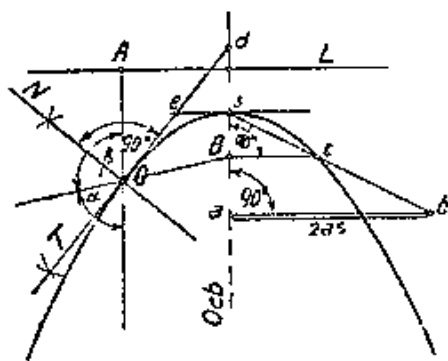
Проводят линию, соединяющую середины двух параллельных хорд  $ab$ , т.-е. диаметр параболы; из произвольной точки кривой, примерно из точки пересечения  $c$  с хордой, опускают на  $ab$  перпендикуляр (хорду)  $cd$ , который затем делят пополам в точке  $e$ . Параллель через  $e$  к  $ab$  дает ось параболы, на которой лежит вершина  $s$ . Продолжение

$ab$  проходит через точку касания касательной  $T$  к параболе, параллельной к хордам  $S$  и  $S'$  (сравн. построен. черт. 88).

Всякий диаметр параболы делит пополам все хорды, параллельные к касательной в его конечной точке.

8. Найти фокус данной параболы (черт. 118).

В произвольной точке оси восставляют  $\perp$  и на нем откладывают  $ab = 2as$ . Линия соединения  $bs$  пересечет параболу в  $c$ . Перпендикуляр, опущенный из  $c$  на ось, пройдет через фокус  $F$  параболы.



Черт. 118.

9) В данной точке  $O$  параболы провести касательную и нормаль (черт. 118).

Проводят фокусный луч  $OB$ , и через  $O$  параллель  $OA$  к оси. Биссектриса угла  $\alpha = AOB$  и будет касательной  $T$ , а биссектриса дополнительного угла  $\beta$ , перпендикулярная к  $T$ , нормалью  $N$  в точке  $O$  параболы.

Построение соответствует однородному построению касательной к эллипсу (см. черт. 102). Параллель через  $O$  к оси будет фокусный луч  $OB'$  к другому фокусу параболы, который мыслится в бесконечности.

*Примечание.* Вогнутая поверхность параболоида вращения употребляется для параболических зеркал.

Солнечные лучи, которые падают на зеркальную поверхность параболически-вогнутого зеркала параллельно оси, соединяются в фокусе (зажигательное зеркало), и обратно, у прожектора световые лучи направляются параллельно, если источник света находится в фокусе параболического зеркала.

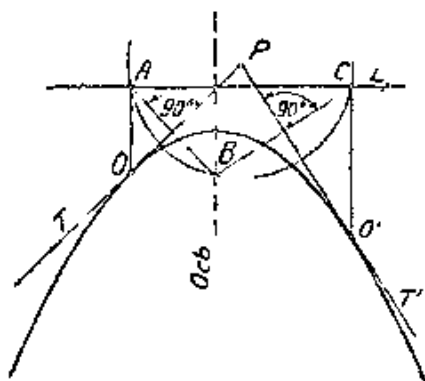
10) Из точки  $P$  провести касательную к параболе (черт. 119).

Из  $P$  описывают окружность, проходящую через фокус  $F$ , пересекающую направляющую  $L$  в  $A$  и  $C$ . Параллели к оси через  $A$  и  $C$  пересекут перпендикуляры, опущенные из  $P$

на  $AB$  и  $BC$ , в  $O$  и  $O'$ . Это и будут точки касания касательных  $T$  и  $T'$  к параболе из точки  $P$ .

11) Найти точку касания касательной к параболе.

На касательной берут произвольную точку  $P$  и поступают согласно построения черт. 119, или же пользуются следующим свойством касательной (черт. 118). Касательная в вершине параболы делит отрезок каждой касательной, от точки касания до пересечения с осью, пополам. Итак, если мы продолжим  $T$  до  $d$  и отложим  $ed = eO$ , тогда  $O$  и будет точкой касания касательной  $T$ . Точку касания можно найти и по построению черт. 117. Через середину хорды, параллельной к касательной  $T$ , проводят к оси параллель, которая пересечет касательную в точке касания  $O$ .



Черт. 119.

## 12) Траектория полета снаряда.

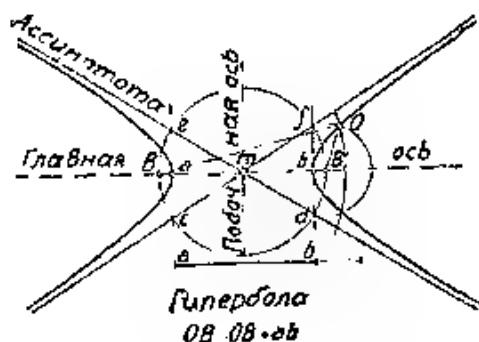
Теоретически траектория полета снаряда должна быть параболической кривой. Снаряд летел бы с постоянной скоростью по наклонной прямой вверх, сохраняя полученное при вылете из орудия направление, если бы, следуя закону тяготения, не притягивался обратно к земной поверхности действующей на него отвесно силой тяжести. Благодаря действию силы тяжести снаряд описывает параболу. Угол вылета снаряда  $\alpha$  равен углу его падения. Направление вылета снаряда в точке  $A$  (черт. 120) и направление падения его в точке  $B$  — касательные к кривой полета в начальной и конечной точках.

Снаряд тяжелого миномета, выпущенный под  $\angle \alpha = 65^\circ$ , попал в цель на расстоянии  $AB = 700$  м на поверхности земли. Определить высоту  $h$  наибольшего подъема снаряда и построить траекторию его полета (черт. 120).



и из середины  $m$  откладывают по обе стороны половину отрезка  $ab$ ; тогда  $a$  и  $b$  будут 2 точки гиперболы, — в е р ш и н ы г и п е р б о л ы.  $BB'$  — г л а в н а я о с ь гиперболы; перпендикулярно к ней, через центр гиперболы  $m$  проходит п о б о ч н а я о с ь. Расстояние фокусов от центра  $mB = mB'$  называется эксцентриситетом гиперболы. Дальнейшие точки кривой находят таким путем, что из фокуса  $B$  произвольным радиусом  $BO$  описывают дугу, которая из другого фокуса  $B'$  пересекается дугой радиусом  $B'O = BO = ab$ . Тогда для каждой точки кривой действительно равенство  $OB - OB' = a'$ .

Если поменять друг с другом фокусы  $B$  и  $B'$ , то повторением того же построения, получится вторая ветвь гиперболы, расположенная симметрично к побочной оси. Гиперболическая кривая распространяется в обе стороны в бесконечность.



Черт. 121

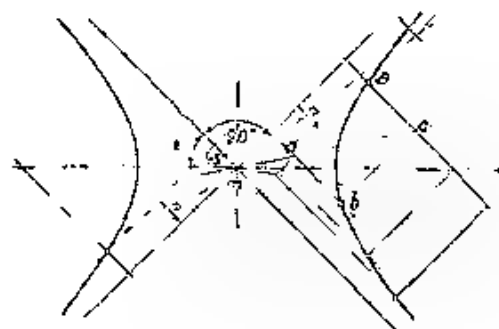
Все проходящие через центр  $m$  хорды будут д и а м е т р а м и г и п е р б о л ы.

Если из  $m$  радиусом, равным эксцентриситету, описать окружность, то она пересечет восстановленные в вершинах  $a$  и  $b$  нормали к оси, т.-е. касательные в вершинах, в точках  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ . Линии соединений  $cmf$  и  $dme$  называются а с и м п т о т а м и гиперболы. Обе ветви гиперболы приближаются более и более к этим асимптотам, но соприкасаются с ними лишь в бесконечности (асимптотическое приближение). Для точного вычерчивания гиперболы очень целесообразно нанесение асимптот.

2) Построить гиперболу по данным асимптотам и точке  $a$  гиперболы (черт. 122).

Через  $a$  проводят параллели к асимптотам и через центр гиперболы  $m$  произвольный луч, диаметр гиперболы, пере-

секающий параллели в  $c$  и  $d$ . Через эти точки пересечения снова проводят параллели к асимптотам, точка пересечения которых даст вторую точку  $h$  гиперболы. Дальнейшие точки гиперболы получаются, если провести еще другие лучи через  $m$  и проделать то же построение. Другая ветвь гиперболы расположена симметрично к побочной оси, по другую сторону центра.



Черт. 122

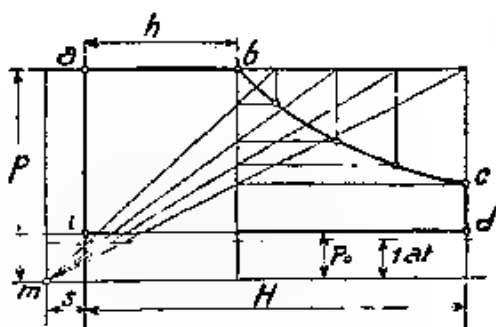
Гипербола называется равносторонней, если ее асимптоты перпендикулярны друг к другу, как на черт. 122. Эта же конструкция действительна и для всякой другой гиперболы,

асимптоты которой и не перпендикулярны друг к другу.

### 3) Диаграммы давления пара.

Все явления в цилиндре паровой машины, расширение и сжатие (компрессия) пара, происходят по определенным физическим законам в таком виде, что происходящее можно наглядно изобразить равносторонней гиперболой (закон Мариотта). Чертежи 123 и 124 показывают теоретическую диаграмму (уменьшающееся и возрастающее давление на поршень), которую чертит индикатор.

Кривая расширения (черт. 123).



Черт. 123.

Обозначение:  $H$  — ход поршня;  $h$  — степень наполнения цилиндра по отношению  $H=1$ .  $s$  — так называемое вредное пространство;  $p$  — абсолютное давление пара на поршень,  $p_0$  — обратное давле-





## 24. Круги кривизны кривых конических сечений.

Для всякой произвольной точки кривых сечений конуса, как и для всякой закономерно построенной кривой, радиус и центр можно точно определить расчетом. Мы здесь проводим построение результатов расчетов как для кругов кривизны в вершинах, так назыв., главных кругов кривизны кривых сечений конуса, так и для общих кругов кривизны конических сечений. Главные круги кривизны дают очень хорошую основу для точного вычерчивания этих кривых и дают возможность удобного обведения тушью.

1) Диаметр главных кругов кривизны наших трех кривых конических сечений равняется хорде, проведенной через фокус  $\perp$  к оси, т.е. параметру —  $2p$ ; а стало быть, радиус кривизны равен половине параметра —  $p$ . Особо важный параметр параболы упоминался уже раньше (черт. 111). Центр кривизны лежит, конечно, на оси (оси симметрии) кривой. Эллипс имеет еще второй круг кривизны, с центром на малой оси.

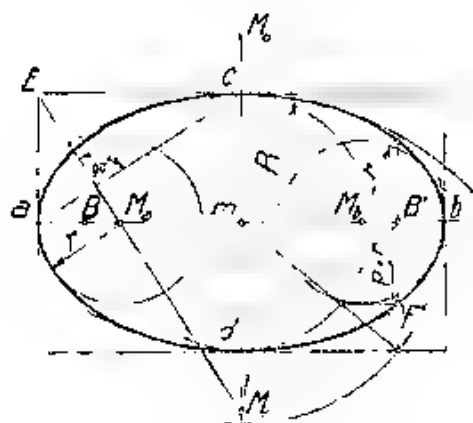
Круги кривизны в вершинах могут быть определены по установленному выше выражению (радиус  $r = p$ ) или следующими простыми построениями графическим путем.

2) Главные круги кривизны эллипса (черт. 125). Из вершины угла  $E$  прямоугольника, описанного вокруг эллипса, опускают перпендикуляр на  $ac$ , точки его пересечения  $M_d$  и  $M_c$  с осями и будут центрами кругов кривизны в вершинах. Радиусы кривизны будут  $r$  и  $R$ . Симметричным переносом из  $m$  получают  $M_b$  и  $M_a$ . Для контроля выполненного построения определяют полу-параметр эллипса  $B'F = p - r$ . Точка эллипса  $F$  найдена известным уже построением (черт. 94). Эти четыре круга кривизны и четыре точки  $F$  графически быстро и верно определяют математически правильный ход эллипса.

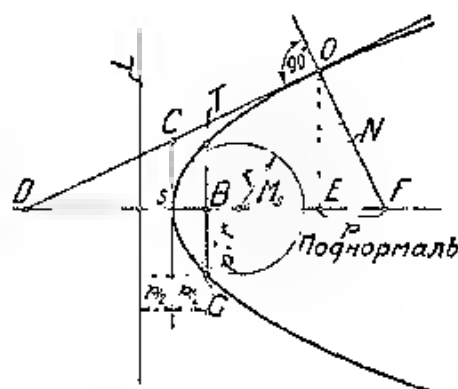
3) Главным кр. кривизны параболы (черт. 126) Радиус кривизны для вершины  $s$  параболы равен половине параметра  $rp = BG$ ,  $M_s$  центр кривизны. У параболы также пользуются кругом кривизны и точкой  $G$  для быстрого и верного вычерчивания кривой.

4) Поднормаль и подкасательная (черт. 126).

$N$  и  $T$  нормаль и касательная в произвольной точке  $O$  параболы. Если провести  $OE \perp$  к оси, то отрезок  $EF$ ,



Черт. 125



Черт. 126

проекция отрезка нормали  $OF$  на ось, называемый поднормалью, будет постоянной величиной —  $p$  для всякой нормали параболы. Проекция отрезка касательной  $OD$  на ось, подкасательная, в вершине  $s$  делится пополам также касательная в вершине делит касательную  $OD$  в точке  $C$  пополам, так что:

$$sD = sE, CD = CO, EO = 2sC$$

Свойства поднормали и подкасательной параболы хорошо применимы при построениях нормалей и касательных к кривой (см черт. 118 и 119).

Поднормаль дает возможность геометрического представления о положении центра кривизны  $M_s$ . Если бесконечно

близко от вершины восстановить к параболе нормаль, то эта последняя пересечет ось на расстоянии  $p$  от вершины.

5) Главный круг кривизны гиперболы (черт. 127).

Касательная в вершине  $a$  пересекает асимптоту в  $c$  (смотри тоже черт. 121). Перпендикуляр в  $c$  к асимптоте пересекает главную ось гиперболы в  $M_a$ , центре кривизны для вершины  $s$ . Радиус кривизны  $r = M_a a$ . Отложим на пер-

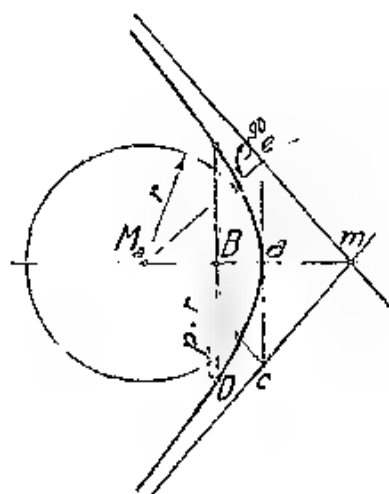
пендикуляре к оси через  $B$  отрезок  $BD = r$ , и убедимся графически, что  $D$  будет точкой гиперболы, и что  $BD = r$  будет полу-параметр  $p$  гиперболы.

6, Главный круг кривизны равносторонней гиперболы.

В случае равносторонней гиперболы четырехугольник  $mcM_a s$  (см черт. 127) будет квадратом, вследствие чего  $ma = aM_a$ .

7) Построение диаграммы давления пара с помощью вершинного круга кривизны равносторонней гиперболы (черт. 128).

Вершинный круг кривизны равносторонней гиперболы может быть использован при построении диаграммы давления пара или, хотя бы, при вытягивании тушью диаграмм, записанных индикатором (см. черт. 123 и 124). Рассмотрим индикаторную диаграмму, изображенную на черт. 128. Центры  $M$  и  $M_1$  обеих кривых нетрудно найти на основании изложенного выше. Они лежат на главной оси изображенных на чертеже ветвей гипербол, т.-е. на луче, который проходит через центр и наклонен под  $\angle 45^\circ$ . Этот луч пересечет рассматриваемые кривые в точках  $S$  и  $S_1$  — вершинных точках наших равносторонних гипербол.



Черт. 127.

Найденные точки достаточны для правильного построения кривых, служащих в данном случае для графического изображения закона Мариотта для газов и паров и выражающих процессы расширения и сжатия водяного пара.

Пусть  $p$  — определенное давление водяного пара для данной точки кривой,  $v$  — соответствующий объем. Тогда, согласно закона Мариотта, для каждой точки произведение:

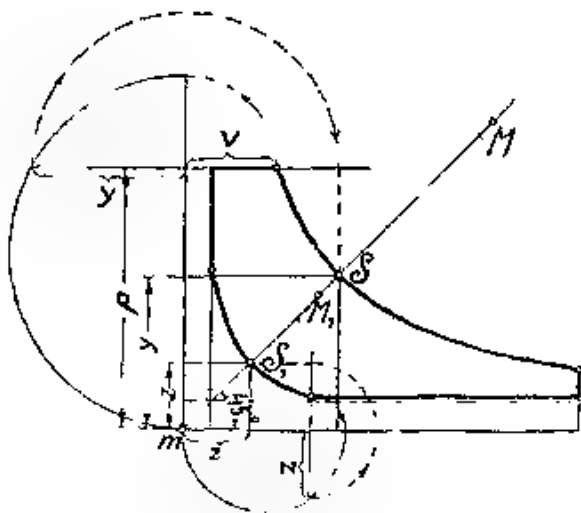
$$p \cdot v = \text{велич. постоянн.}$$

Площади всех прямоугольников, образованных любыми  $p$  и  $v$ , равны между собой и равны площади квадрата:

$$y^2 = pv.$$

Вычислением может быть определено  $y = \sqrt{pv}$  для кривой расширения и равным образом  $z$  для кривой сжатия.

Значения  $y$  и  $z$  могут быть определены и графически, построением геометрической средней пропорциональной (по чертежу 44), исходящей от известных на чертеже точек начала и конца линий расширения и сжатия. Таким образом, чисто графически находят стороны квадратов  $y$  и  $z$  и вместе с тем точно определяют вершины рассматриваемых ветвей гипербол. Как это видно из черт. 128, применение вершинных кругов кривизны позволяет легко вычертить с достаточной точностью отрезки обеих кривых.

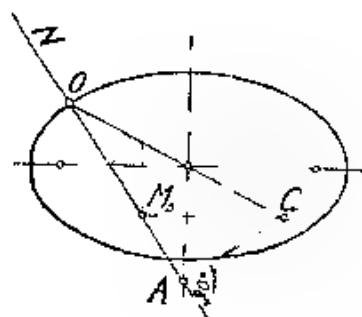


Черт. 128.

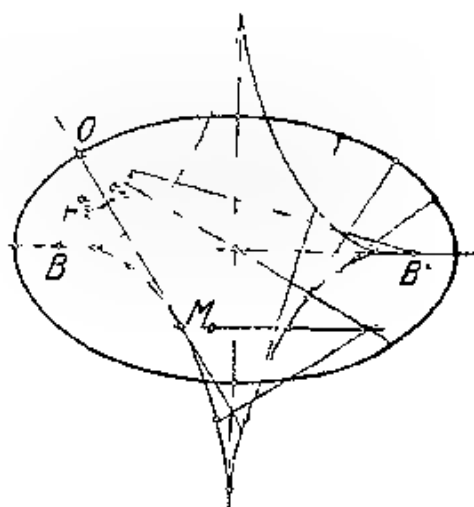
8) Круг кривизны для любой данной точки  $O$  эллипса (черт. 129).

Отыскание центра кривизны для любой данной точки эллипса (а равно и других кривых конических сечений) — задача, которую нередко приходится решать в практике технического черчения.

Нормаль в точке  $O$  к эллипсу  $E$  пересекает обе главные оси эллипса. В одной из точек пересечения, напр., в  $A$  восстанавливают перпендикуляр к  $AN$ , продолжая его до пересечения с диаметром  $OC$ . Прямая, проведенная из точки  $C$ , параллельно горизонтальной оси, пересечет нормаль  $AN$



Черт. 129.



Черт. 130.

в точке  $M_0$ , которая есть искомый центр кривизны для  $O$ . Та же точка  $M_0$  определится, если построение произвести в ином порядке — восстановив перпендикуляр из пересечения  $AN$  с горизонтальной осью и проведя, затем, параллель к вертикальной оси, как это показано пунктиром на чертеже 129.

Рассмотренное построение применимо, как общий прием, ко всем кривым коническим сечениям.

9) Эволюта эллипса (черт. 130).

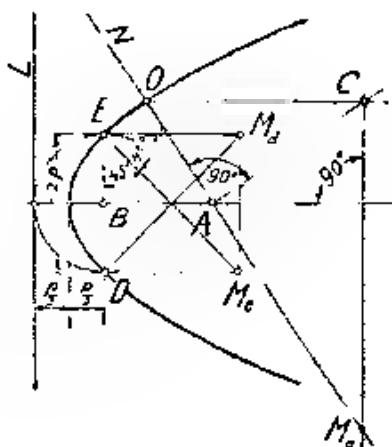
Определив по способу, рассмотренному в предыдущем (8) пункте, центры кривизны для различных точек эллипса и соединив их плавной кривой, получим эволюту эллипса, —

четыреконечную кривую. На черт. 130 построение эволюты эллипса проведено частью по точкам, частью как огибающей кривой, частью как симметричной кривой. Конечные точки кривой, в которых лежат центры кривизны вершин эллипса, расположены на главных осях его (см. вершинные круги кривизны эллипса, черт. 125).

Если представить себе нить, натянутую вдоль кривой эволюты эллипса, и мысленно разматывать затем эту нить с эволюты, то конечная точка нити при разматывании нити с каждой четверти кривой опишет соответственную четверть эллипса.

10) Круг кривизны для любой точки  $O$  параболы (черт. 131).

Построение, рассмотренное на черт. 129 для эллипса, может быть применено и к параболе. Определив, подобно предыдущему, точку  $C$ , проводят через нее параллель  $CM_0$  ко второй бесконечно удаленной оси параболы.  $CM_0 \perp$  к горизонтальной (на черт. 131) оси и дает в пересечении с нормалью  $N$  в точке  $O$  кривой точку  $M_0$ , центр искомого круга кривизны.



Черт. 131.

Особого внимания заслуживают круги кривизны для точек  $E$  и  $D$ , расположенных на хорде, перпендикулярной к оси параболы и проходящей через ее фокус (сравни. черт. 111). Производя построение по описанному выше общему способу, в данном случае можно очень просто решить задачу, построив нормали в точках  $E$  и  $D$  с помощью чертежного угольника с углами в  $45^\circ$ . Центры кривизны  $M_c$  и  $M_d$  будут лежать в вершинах квадрата, построенного на стороне

$ED = 2p$ . Радиусы кривизны будут диагоналями квадрата и легко вычисляются из равенства:

$$r_e - r_d = 2p \sqrt{2}.$$

Наряду с вершинным кругом кривизны, рассмотренные только что круги кривизны, связанные с центром параболы через ординаты фокуса применяются весьма часто в графических построениях при вычерчивании кривых.

11) Центр кривизны для данной точки гиперболы.

При определении центров кривизны для точек гиперболы применяется то же самое построение, которое было рассмотрено выше, в п. 8), для эллипса (черт. 129).

## ГЛАВА VIII.

### Циклические кривые или рулеты.

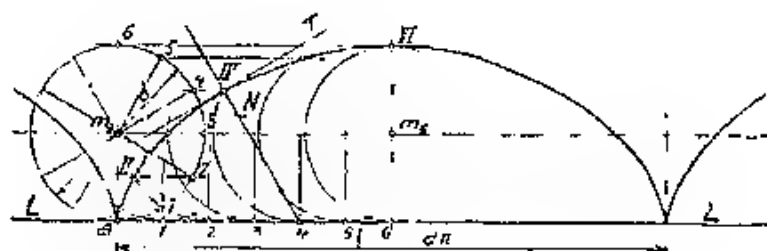
Циклические кривые имеют для машиностроения выдающееся практическое значение. Они образуются скатыванием круга на прямой или на круге, или скатыванием прямой на круге. Скатывающийся круг называется катящимся кругом или производящим кругом, постоянный путь скатывания — направляющим кругом. Катящийся и направляющий круги могут иметь бесконечно большие диаметры и превращаться в прямые линии.

#### 25. Циклоида (простая рулета или циклоида, ортоциклоида).

1) Круг (катящийся круг) движется по прямой линии (направляющей), скатываясь. Каждая точка его окружности описывает (простую) циклоиду (черт. 132). Рассмотрим путь точки  $a$ , когда круг  $d$  движется, катясь по прямой  $L$ . При одном повороте круга его окружность  $d$  развернулась на  $L$ . Точки 1, 2, 3 и т. д.



круга попадают на точки 1, 2, 3 и т. д. прямой, если отрезки дуг сделать равными прямым отрезкам. Когда точка окружности  $b$  достигла точки  $b$  прямой, после полуоборота круга  $d$ , то точка  $a$  будет в точке  $VI$ :  $a$ —начальная точка,  $VI$ —высшая точка (вершина) циклоиды. Центр  $m_0$  круга двигался по прямой  $m_0 m_b$ . Построение точки кривой  $II$  явствует из чертежа. Точка круга 2 достигла точки прямой 2. Центр круга находится в  $m_2$  (на чертеже только намечен). Точка  $a$  поднялась до высоты точки круга 2 и лежит,



Черт. 132.

стало быть, на параллели к направляющей  $L$  через точку круга 2. Пунктирная хорда  $a2$  равна пунктирному отрезку  $2II$ .

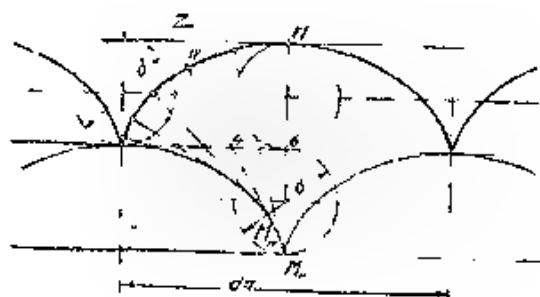
Другая половина циклоиды расположена симметрично к линии симметрии  $bVI$ .

2) Построение касательных и нормалей в данной точке циклоиды (черт. 132). Линия соединения точки кривой, например,  $IV$ , с соответствующей точкой 4, направляющей и будет нормаль  $N$  в  $IV$  к циклоиде; перпендикулярно к  $N$  стоит касательная  $T$  в точке  $IV$  циклоиды.

3) Эволюта циклоиды (простой) (черт. 133).

Эволюта простой циклоиды вычерчивается весьма легко. Продолжают изображенную на черт. 132 нормаль  $IV4$  и откладывают  $IV4 = 4M_{IV}$ . Точка  $M_{IV}$  есть центр кривизны для точки  $IV$  циклоиды. Таким же порядком находят центры кривизны для

других точек циклоиды. Применяя к данному случаю общие правила построения эволюты к кривой, нетрудно вычертить эволюту циклоиды. Как видно из черт. 133, полученная кривая будет также циклоидой, конгруэнтной с данной и сдвинутой по отношению к ней на половину фазы. Главный круг кривизны для вершины циклоиды вычерчивается особенно

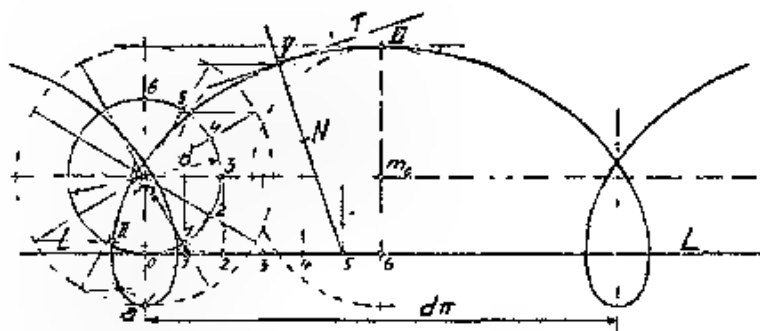


Черт. 133.

просто, так как радиус его  $2d$ .

Если представить себе нить, намотанную на левую половину эволюты циклоиды и укрепленную в точке  $M_{VI}$ , то при разматывании нити с левой ветви эволюты и наматывании затем на пра-

вую ветвь ее свободный конец нити опишет полную циклоиду (подобно тому, как это мы видели для эллипса (см. черт. 130).



Черт. 134.

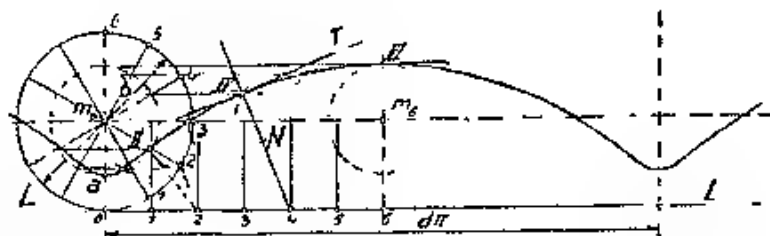
4) Удлиненная (переплетенная) циклонда (черт. 134).

Точка  $a$  вне круга  $d$ , катящегося по прямой  $L$ , опишет удлиненную циклоиду.

Построение проведено с тем же обозначением вспомогательных линий, как для точки  $II$ , когда точка круга  $2$  достигнет точки  $2$  направляющей. Линия соединения точки кривой, например,  $V$ , с точкой направляющей  $5$  будет нормалью  $N$  в  $V$  кривой; перпендикулярно к  $N$  в  $V$  стоит касательная к кривой  $T$ .

5) Укороченная (волнистая) циклоида (черт. 135).

Точка  $a$  внутри круга  $d$ , катящегося по  $L$ , опишет укороченную циклоиду.



Черт. 135.

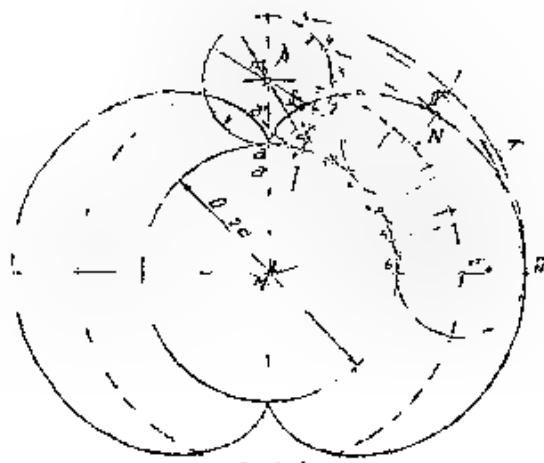
Построение этой кривой проведено тем же способом, как показано выше для точки  $II$ . Линия соединения  $IV4$  даст нормаль  $N$ , перпендикуляр в  $IV$  — касательную в точке  $IV$  к укороченной циклоиде.

## 26. Эпициклоида.

1) Круг катится по неподвижному кругу; каждая точка его окружности описывает эпициклоиду (черт. 136).

На чертеже диаметры катящегося круга  $d$  и направляющего круга  $D$  подобраны с таким расчетом, что после двух оборотов катящегося круга эпициклоида пройдет через исходную точку  $a$ . Дуги катящегося круга  $a1$ ,  $12$ ,  $23$  и т. д. равны дугам направляющего круга  $a1$ ,  $12$ ,  $23$  и т. д. После полуоборота катящегося круга, когда его точка  $6$  совпала с точкой  $6$  направляющего круга, точка  $a$  катящегося круга будет

находиться в  $VI$ . Его центр  $m_0$  передвинулся по четверти окружности, описанной из  $M$ , в  $m_6$ . Построение точки кривой  $II$ , получаемой при совпадении точек  $2$ , проведено, как указано при построении циклоиды. В данном случае параллель, проводимая через точку  $2$  катящегося круга к направляющей окружности, конечно, будет дугою круга, описанного из центра  $M$  направляющего круга.



Черт 136

2) Построение нормалей и касательных к эпициклоиде.

Построение то же, что и при простой циклоиде.

Линия, соединяющая  $IV$  и  $4$ , будет нормалью  $N$ , перпендикулярно к  $N$  в  $IV$  стоит касательная  $T$  к эпициклоиде.

## 27. Гипоциклоида.

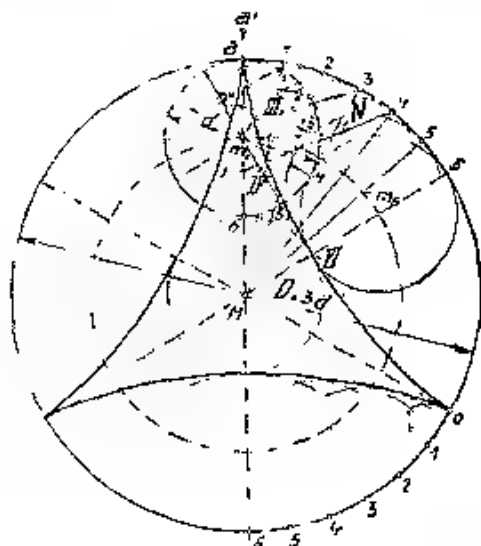
1) Круг катится внутри неподвижного круга, каждая точка его окружности описывает гипоциклоиду (черт. 137).

Направляющий круг  $D$  на черт. 137 имеет диаметр — тройному диаметру катящегося круга  $d$ ; после трех оборотов катящегося круга, точка  $a$  возвратится в начальное положение, образуемая гипоциклоида будет трехкратной. Построение точки кривой  $III$  проведено с известными нам цифровыми и линейными обозначениями. Иное построение намечено при нижней ветви кривой. Дуги окружностей, описанных из точек  $1, 2, 3, 4$  и т. д. направляющего круга радиусами, равными хордам  $a1, a2, a3, a4$  и т. д. катящегося круга, все касаются

тельны к гипоциклоиде, которая является, таким образом, обертывающей кривой дуг окружностей. Подобный способ применим и при других циклических кривых. Нормаль  $N$  в точке кривой  $IV$  получается уже известным способом, соединением точки кривой с соответствующей точкой  $I$  направляющего круга; касательная будет перпендикуляр к  $N$  в точке  $IV$ .

2) Особая форма гипоциклоиды получается, если диаметр катящегося круга равен радиусу направляющего круга,  $d = \frac{D}{2}$ , тогда гипоциклоида изображается прямой линией.

При скатывании  $d$  внутри  $D$  точка  $a$  будет двигаться на вертикальном диаметре  $aMb$  вниз и вверх. На практике эту конструкцию можно применять при построении направляющей точки  $a$ . При дальнейшем возрастании катящегося круга  $d > \frac{D}{2}$  гипоциклоида изгибается в другую сторону диаметра  $aMb$ , она будет все укорачиваться и в конце концов превратится в 0, когда  $d = D$ . Эти положения находят в машиностроении практическое применение при известных зацеплениях (прямобочное и точечное зацепление зубчатых колес).



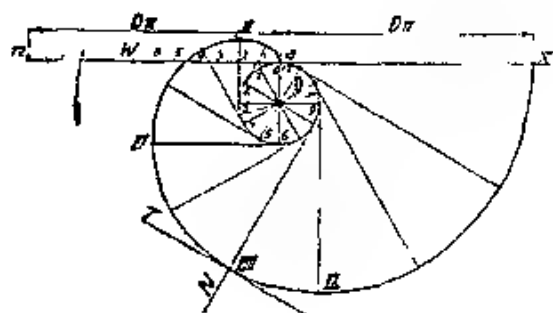
Черт. 137.

3) Удлиненная и укороченная эпициклоида и гипоциклоида. Точка  $a'$  вне катящегося круга (см. черт. 136 и 137) описывает при скатывании  $d$  на или внутри  $D$  удлиненную эпициклоиду или соответственно гипоциклоиду, точка  $a''$  внутри

$d$  описывает соответственно укороченную эпициклоиду или гипоциклоиду. Эти четыре кривые строятся по способу черт. 134 и 135.

## 28. Эвольвента (развертка круга).

1. Если катящийся круг при эпициклоиде будет бесконечно велик, т.-е. если он перейдет в прямую, которая скатывается на неподвижном направляющем круге, то каждая точка прямой опишет эвольвенту круга (черт. 138). Точки 1, 2, 3 и т. д. прямой  $W$ , при скатывании  $W$  на  $D$  по направлению стрелки, ложатся в соответствующие точки 1, 2, 3 и т. д.



Черт. 138

направляющего круга  $D$ . Точка  $a$  опишет эвольвенту, обозначенную римскими цифрами. Отдельные точки прямой находят путем проведения касательных к кругу в точках 1—12 и откладыванием на них скатанных отрезков прямой  $W$ . Эвольвенту можно себе представить образовавшейся сматыва-

нием нитки, намотанной на круг  $D$ . Касательные представляют тогда отрезки смотанной в данный момент нитки. Это легко показать практическим исполнением.

2) Касательная и нормаль к эвольвенте. Каждая касательная круга  $D$  одновременно будет нормалью эвольвенты; перпендикулярно к нормали стоит касательная к кривой; (смотри касательную  $T$  в точке  $VIII$  к эвольвенте,  $\perp$  к нормали  $N$ ).

Радиус кривизны для точки кривой  $VIII$  будет  $8 \cdot VIII$ , т.-е. равен длине дуги 1, 2, 3 . . . 8.

## 29. Применение циклических кривых для построения профилей зубцов.

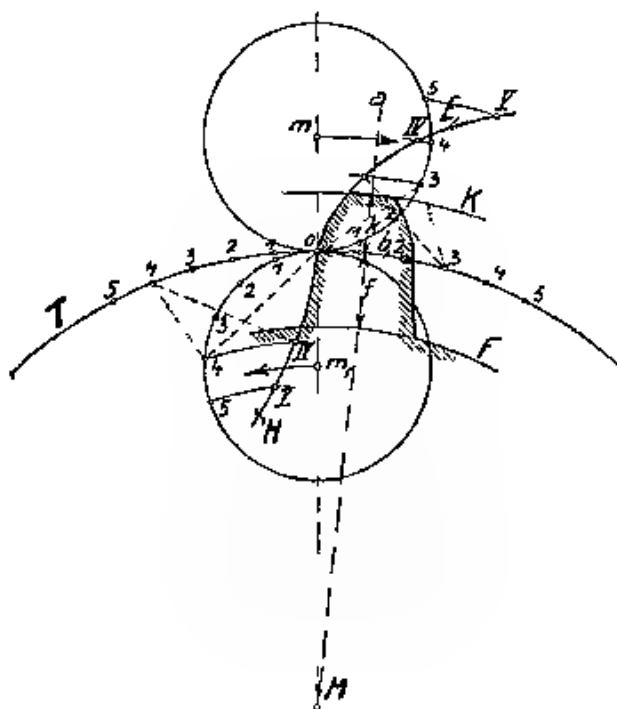
Циклические кривые представляют особые преимущества при построении профилей зубцов зубчатых колес. Хотя здесь и не место развивать во всех подробностях вопросы о зацеплениях, тем не менее наметим вкратце, как применяются циклоиды и эвольвенты при построении профилей зубцов.

1) Циклоидальный профиль зуба (черт. 139).

Так называемая начальная окружность  $T$  зубчатого колеса будет направляющим кругом. По нем катится катящийся круг  $m$  на право. Точка  $o$  при этом описывает эллипсоиду  $E$ ; катящийся круг  $m_1$  катится внутри  $T$  на лево, точка его окружности  $o$  описывает гипоциклоиду  $H$ .

Построение кривых явствует из уже известных нам обозначений линий и точек.  $E$  и  $H$  совместно образуют  $S$  — образный циклоидальный профиль зуба.

Мы дополняем профиль зуба, принимая ширину зуба  $= b$ , проводя через середину  $b$  ось симметрии и вычерчивая справа от нее симметрично вторую половину зуба. Сверху и снизу



Черт. 139.

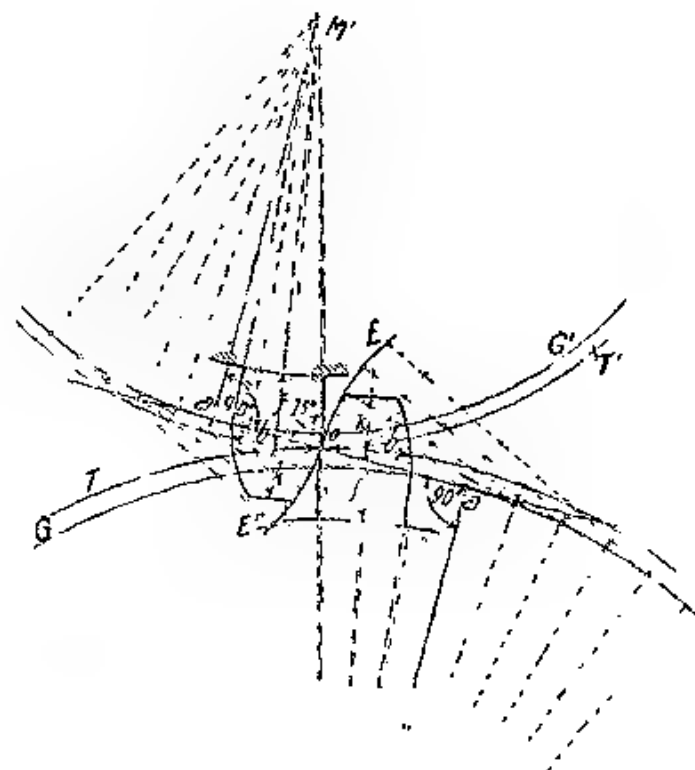
профиль зуба ограничивается кругом выступов  $K$  и кругом впадин  $F$ . Подходящий профиль для зубьев получается, если принять следующее соотношение: ширина зуба  $b$  на начальной окружности: высота головки зуба  $h$ , высота ножки зуба  $f$  —  $5:3:4$ .

Чтобы зубец другого колеса с начальной окружностью  $T$  правильно работал бы с первым, необходимо для построения

профиля зуба его избрать те же образующие круги. Образующий круг  $m$  тогда образует профиль головки, образующий круг  $n$  — профиль ножки зуба. Оба образующих круга не всегда должны быть одинаковы.

2) Профиль зуба по развертке (черт. 140).

$T$  и  $T'$  — начальные окружности двух совместно работающих зубчатых колес. Через их точку касания  $o$  проводят централь  $MM'$  (точка  $M$  падает вне чер-



Черт. 140.

тежа) и проводят к ней через  $o$  прямую под углом  $75^\circ$ . Из  $M$  и  $M'$  на эту  $75$ -градусную линию опускают перпендикуляры  $Ma$  и  $M'a'$ . Эти перпендикуляры будут одновременно радиусами направляющих кругов  $G$  и  $G'$ , к которым строятся эвольвенты (развертки)  $E$  и  $E'$ . Эти последние дадут 2 правильно совместно работающих профиля зубцов. Профиль зуба заканчивается, как на



черт. 139, нанесением развертки симметрично к линии симметрии через середину зубца направо. Принимают  $b:k:f$  — 5.3:4 (ширина  $b$  измеряется на начальной окружности). Эвольвента заканчивается на направляющей окружности. Профиль зубца, начиная от  $G$  и  $G'$ , до круга впадин вычерчивается прямолинейно по радиусам, направленным к  $M$  и  $M'$ .

## ГЛАВА IX.

### Масштабы и черчение в масштабе.

#### 30. Масштабы.

##### 1) Расчет масштаба.

Отдельные небольшие части машины, для изготовления их в мастерской, вычерчиваются по возможности в натуральную величину. Более крупные части машины и их сочетания, равно как и всякого рода детали инженерных и архитектурных конструкций и проч., потребовали бы для вычерчивания их в натуральную величину слишком больших плоскостей чертежа, и необходимо вычерчивать их в уменьшенном виде. Для этого принимают соответствующий размерам предмета масштаб, например, масштаб 1:5. Действительная длина в 350 мм в таком случае откладывается на чертеже отрезком длиной в 70 мм.

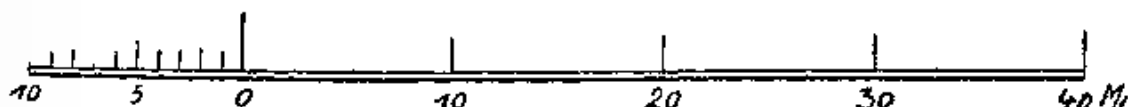
#### Расчет метрового масштаба:

М а с ш т а б.	Вычерчивают в масштабном чертеже.		
1:100 . . . . .	1 метр . . . . .	10	мм длиной
1: 50 . . . . .	1 " . . . . .	20	" "
1: 40 . . . . .	1 " . . . . .	25	" "
1: 33 $\frac{1}{3}$ . . . . .	1 " . . . . .	30	" "
1: 30 . . . . .	1 " . . . . .	33 $\frac{1}{3}$	" "
1: 25 . . . . .	1 " . . . . .	40	" "
1: 20 . . . . .	1 " . . . . .	50	" "
1: 15 . . . . .	1 " . . . . .	66 $\frac{2}{3}$	" "
1: 10 . . . . .	1 " . . . . .	100	" "
1: 5 . . . . .	1 " . . . . .	200	" "
1: 2,5 = 2:5 — 4:10	1 " . . . . .	400	" "

Если расчет масштабной длины удобнo исполним, как при масштабах 1:2, 1:5, 1:10, то можно при откладывании соответствующих расстояний пользоваться миллиметровым чертежным масштабом, в противном случае изготовляют себе особый масштаб, как показано на чертежах.

Метровые масштабы в настоящее время преимущественно употребляются при выполнении всякого рода технических чертежей. В некоторых случаях практики может, однако, встретиться необходимость построения масштаба и в других каких-либо мерах: футах, аршинах, саженьях, верстах и проч.

Расчет и построение масштаба в тех или иных мерах для

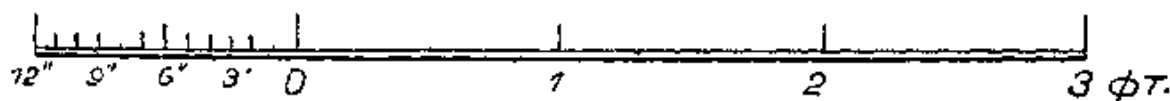


Черт. 141.

каждого отдельного случая не представит, полагаем, затруднений для чертежника.

2) Построить линейный метровый масштаб 1:500 (черт. 141).

Каждые 10 м в масштабном чертеже для данного случая должны равняться 20 мм. От точки 0 откладывается направо на прямой линии ряд 10-тиметровых отрезков (по 20 мм),



Черт. 142.

и один такой отрезок налево. Последний, разделенный на 10 частей, даст отдельный метр. Если нужно взять 24 м, то одну ножку циркуля ставят на деление 20 м, а другую на деление 4 м налево от точки 0. В этом масштабе дм можно еще оценивать на глаз.

3) Построить линейный футовый масштаб 1:12, или 1 фут в 1 дюйме.

На прямой линии (черт. 142) от точки 0 откладывают ряд футовых отрезков (по 1 дюйму). Один такой же отрезок откладывают влево от точки 0 и делят его на 12 равных частей, каждая из которых соответствует в натуре 1 дюйму. Пользование масштабом таково же, как в п. 2).

#### 4) Поперечный масштаб.

При линейном масштабе более мелкие подразделения основной масштабной меры приходится брать на глаз. Более точно можно брать размеры при помощи, так называемого, поперечного масштаба. Основы его разъясняет черт. 143.

В треугольнике  $Oab$  сторона  $Oa$  разделена на 10 равных частей. Если через точки деления 1, 2, 3, 4.... провести линии, параллельные к  $ab$ , то отдельные отрезки этих линий между сторонами угла  $aOb$  будут равны соответственно  $1/10$ ,  $2/10$ ,  $3/10$ ,  $4/10$ ... и т. д. отрезка  $ab$ .



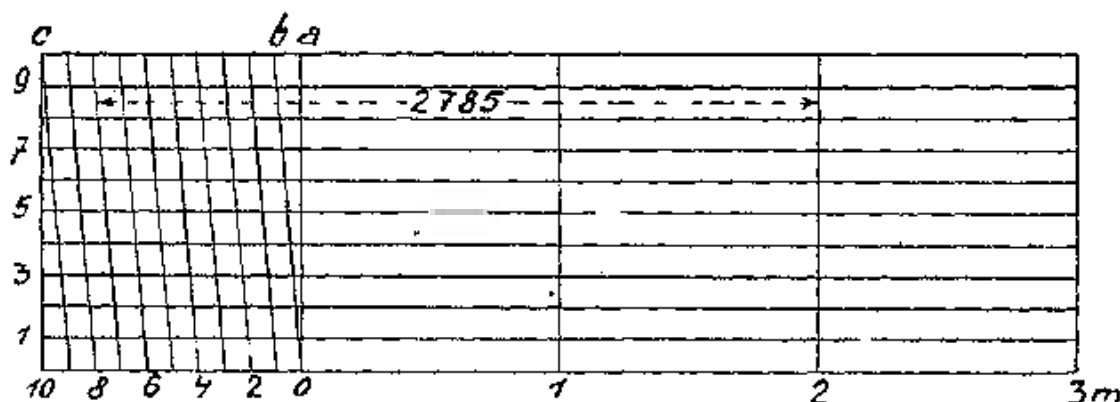
Черт. 143.

5) Построить поперечный масштаб 1:40 или 1 м в 25 мм (черт. 144).

На прямой откладывают обыкновенный масштаб 1:40, т.е. 1 метр в масштабе — 25 мм. С этого масштаба можно брать целые метры и дециметры. Затем принимают произвольную высоту масштаба  $Oa$ , делят ее на 10 равных частей, проводят 10 параллельных к основанию масштаба горизонтальных линий и, через метровые деления, восстанавливают перпендикуляры. Отрезок  $ac = 1$  м также делят на 10 равных частей, так что  $ab = \frac{1}{10}$  м; затем проводят  $Ob$  и через точки деления соответственно другие косые линии  $\parallel Ob$ . Треугольник  $Oab$  соответствует одинаково обозначенному треугольнику (черт. 143). Отрезки горизонталей представляют  $1/10$ ,  $2/10$ ,  $3/10$ ,  $4/10$  дм, т.е. 10, 20, 30, 40.... мм.

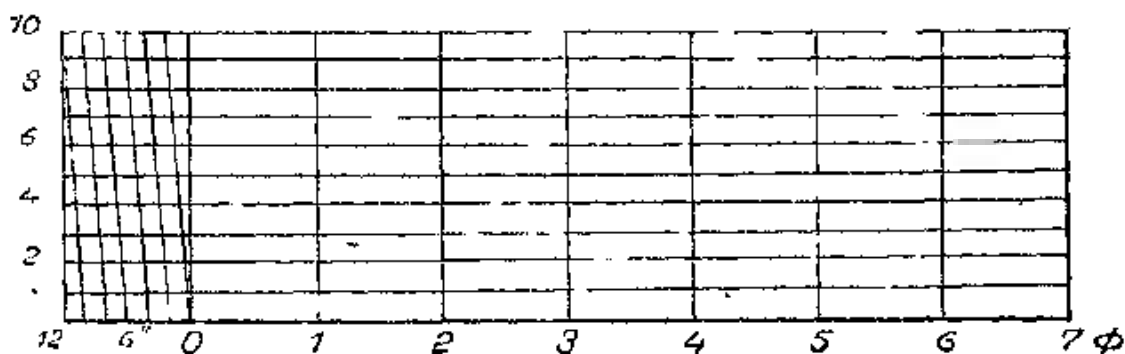
Миллиметры можно оценивать на глаз, представляя себе дальнейшие 10 промежуточных горизонталей.

По масштабу черт. 144 можно, стало быть, брать точно расстояния в м, дм и см, а мм оценкой на глаз. (См. пунктиром обозначенную длину 2785 мм).



Черт. 144.

6) Построить поперечный футовый масштаб 1 : 24 (черт. 145).



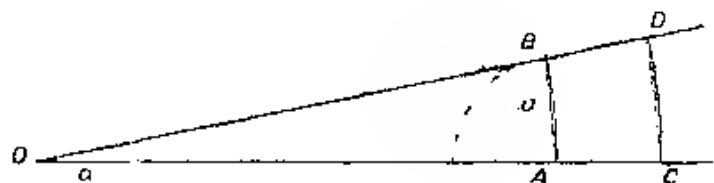
Черт. 145.

Нетрудно рассчитать, что в рассматриваемом случае 1 футу в натуре должно соответствовать 6" масштабной длины (черт. 145). Построение производится соответственно прове-

денному выше построению метрового поперечного масштаба. А именно, строится линейный масштаб  $1 : 24$ , где  $6''$  масштабной длины приравнены 1 футу в натуре. Этот масштаб (черт. 145) дает возможность брать непосредственно циркулем футы и дюймы. Затем строится поперечный масштаб с промежуточными делениями  $1 : 10$ , который позволяет брать циркулем также и линии.

7) Построить пропорциональный (угловой) масштаб  $m : n = 1 : 5$  (черт. 146).

На произвольной прямой от точки  $O$  до  $A$  откладывают 5 равных отрезков  $a$ . Описывают из  $O$ , как из центра, дугу



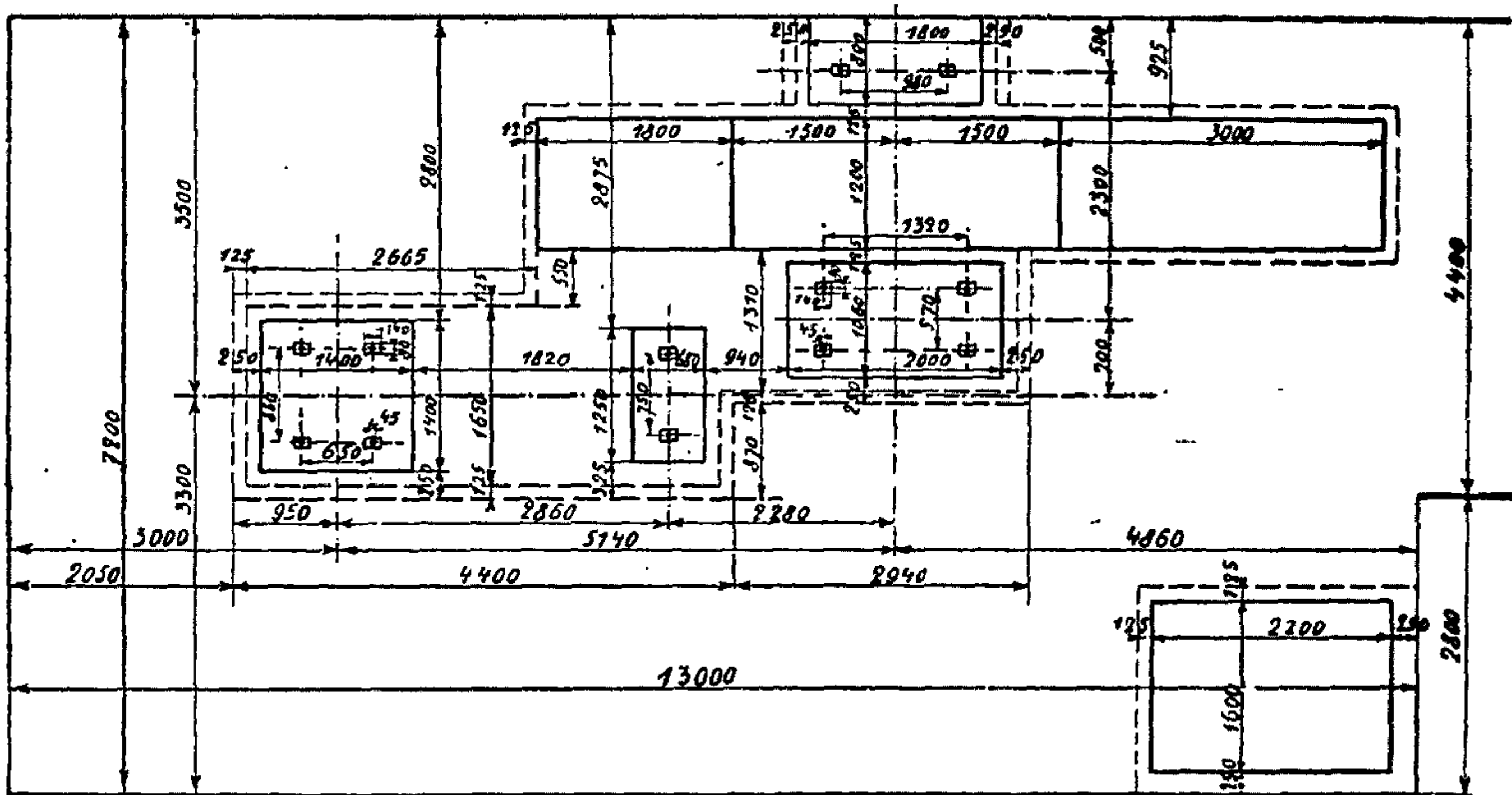
Черт. 146.

радиусом, равным  $5a$ , и из  $A$  пересекают ее дугой радиуса  $a$ . Через точки  $O$  и  $B$  проводят прямую  $OB$ .  $\angle AOB$  есть искомый пропорциональный (угловой) масштаб  $1 : 5$ .

Положим, что с помощью построенного пропорционального (углового) масштаба требуется сократить данный отрезок прямой  $OC$  в отношении  $1 : 5$ .

Из  $O$ , как центра, описывают радиусом  $OC$  дугу, которая пересечет стороны масштабного угла в точках  $C$  и  $D$ . Нетрудно убедиться из черт. 146, что  $DC : OC = 1 : 5$ .

Пользуясь пропорциональным масштабом, можно данную плоскую фигуру уменьшить на чертеже в желаемом отношении. Необходимо лишь построить соответственный пропорциональный (угловой) масштаб и уменьшить с помощью его все линейные размеры фигуры.



Черт. 147.



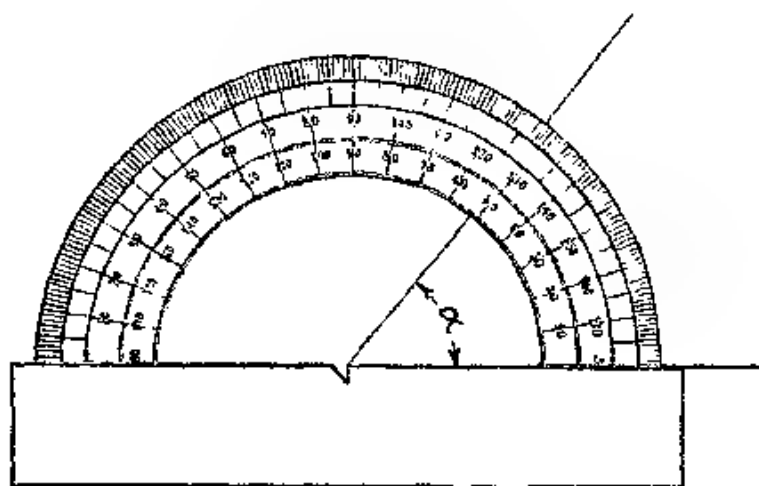
Примеры из практики. Упражнения в масштабном черчении.

2) Вычертить машинное помещение с фундаментом для паровой машины в масштабе 1:30, с помощью углового масштаба по данным вписанным размерам (черт. 147).

3) Основную форму большой подшипниковой подставки, определенную внесенными размерами, вычертить в масштабе 1:5. Выгиб ножки вычертить по параболе конструкции черт. 116 (черт. 148).

## 32. Транспортир и черчение углов.

1) Транспортир (угломер) (черт. 149). Транспортир или угломер служит для измерения и построения углов на чертеже.



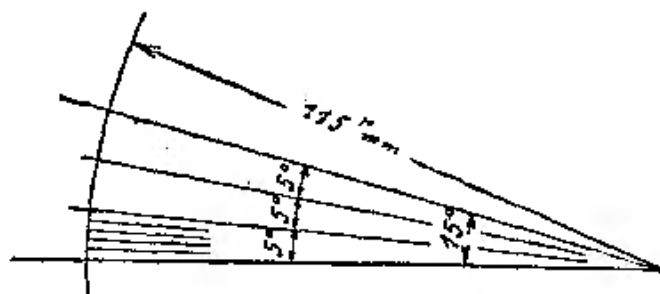
Черт. 149

Для измерения  $\angle \alpha$  (черт. 149) совмещают одну сторону его с нулевой линией транспортира, а вершину угла с центром транспортира (лежащим в вершине прямого угла насечки,



имеющейся на внутренней стороне основания транспортира). Другая сторона измеряемого угла укажет на градуированной шкале величину угла. В рассматриваемом случае  $\angle a = 52^\circ$ . Обратным построением может быть отложен на бумаге  $\angle a$  по данной градусной величине его.

Для построения транспортира проводят нулевую линию, на которой из произвольно избранного на ней центра описывают 5 concentрических полуокружностей. Внешнюю полуокружность делят пополам. Полученные четверти окружности делят затем на 3 равные части (по  $30^\circ$ ), вновь полученные деления—снова на три части (по  $10^\circ$ ), эти последние—на 5 частей (по  $2^\circ$ ) и, наконец, еще пополам (по  $1^\circ$ ). Таким образом,



Черт. 150.

вся полуокружность разделится на 180 отрезков дуг по  $1^\circ$ . Затем заканчивают построение, проведя все линии и сделав надписи по черт. 149.

2) Измерение и построение углов без помощи транспортира (черт. 150).

Предлагаемые здесь практические способы измерения и построения углов могут оказаться весьма кстати чертежнику при отсутствии у него под руками транспортира.

Выше уже указывалось на возможность построения некоторых углов с помощью комбинации чертежных угольников. Таким способом могут быть легко построены углы в  $15^\circ$  и все кратные  $15^\circ$ .

Другой способ следующий. Если радиусом  $r = 115$  мм описать дугу в  $15^\circ$ , то соответствующая ей хорда  $\approx 10$  мм (точно: дуга 10,0397 мм хорда 10,0070 мм). Таким образом, с помощью лишь масштаба и циркуля нетрудно построить  $\angle 15^\circ$  и затем разделить его на 3 равные части, а полученные углы по  $5^\circ$ —каждый на 5, а также на 10 частей. Применяя этот способ, можно начертить любой угол без помощи транспортира с точностью до  $1/2^\circ$ . Построение будет еще более точным, если взять радиус  $r = 114,5$  мм или же удвоить масштаб чертежа 150.

- Лавшин, Б. С., инж. Кирпичная дровяная печь. М. 1923 г. 56 стр. 6 рис. Ц. 35 к.
- Любимов, Л. Н., инж. Наставления к производству весенних, летних и зимних путевых работ. М. 1922 г. 124 стр. 81 рис. Ц. 1 р.
- Его же. Железнодорожные изыскания и разбивка линий. М. 1924 г. 227 стр. 114 рис. 6 табл. Ц. 1 р. 90 к.
- Матов, Р. П., инж.-элек. Телефония в схемах. 1-й вып. М. 1923 г. 172 стр. 120 черт. Ц. 1 р. 20 к.
- Межеричер, Н. Н. Геометрическое черчение для самообразования. М. 1923 г. 83 стр. 112 рис. Ц. 80 к.
- Михайленко, Я. И., проф. Соединение углерода. Органическая химия (для средних школ). 3-е издание. М. 1923 г. 207 стр. 35 рис. Ц. 1 р. 50 к.
- Михеев, П. В., инж. Универсальный прибор для перевода мер деления и умножения чисел. М. 1925 г. Ц. 1 р. 50 к.
- Озмидов, Н. И., проф. Определение сечений электрич. проводов по формулам, таблицам и графикам. М. 1922 г. 80 стр. Ц. 45 к.
- О'Рур. Таблицы умножения для быстрых исчислений (карманный справочник). 7-е стер. изд. М. 1926 г. 496 стр. Ц. 2 р. в папке.
- Перельман, И. Я., проф. Электрификация. Программа общего обязательного курса для ВТУЗ'ов. М. 1923 г. 16 стр. Ц. 20 к.
- Его же. Электрификация сельск. хозяйства. М. 1923 г. 83 стр. Ц. 85 к.
- Его же. Электрификация мелкой и кустарной промышленности. М. 1923 г. 79 стр. 12 рис. Ц. 1 р.
- Понофидин, А. А., моск. бренд-майор. Наставл. для борьбы с деревецкими пожарами. М. 1925 г. Изд. 2-е. 40 стр. 4 рис. Ц. 20 к.
- Понофидин, Г. А. Причины возникновения пожаров и их устранение. М. 1925 г. 44 стр. Ц. 20 к.
- Его же. Пожарный инструмент. Краткое руководство для работников пожарных команд и дружин. М. 1925 г. 80 стр. 74 рис. Ц. 50 к.
- Рабынский, П. В. Электромонтер. Правила установок. М. 1925 г. Изд. 6-е. 208 стр. 152 рис. Ц. 1 р. 50 к.
- Его же. Принципы Форда. М. 1925 г. Изд. 2-е. 24 стр. Ц. 15 к.
- Его же. О системе Тейлора. М. 1922 г. 88 стр. Ц. 10 к.
- Родзевич, П. В., инж.-метал. Мартеновское произв. стали. Под ред. проф. М. А. Павлова. М. 1924 г. 88 стр. 32 рис. Ц. 1 р. 45 к.
- Семенов, А. С., инж. Дегтекурение. Пособие для кустарей. М. 1925 г. 48 стр. 8 рис. Ц. 25 к.
- Его же. Замазки: смоляные, масляные, каучуковые и т. п. М. 1924 г. 48 стр. Ц. 30 к.
- Его же. Колесная мазь и ее изготовление. Руководство для кустарей и мелких заводов. М. 1925 г. 44 стр. 5 рис. Ц. 25 к.
- Его же. Малярные краски, их свойства, применение и изготовление кустарным способом. М. 1925 г. 48 стр. 3 рис. Ц. 25 к.
- Его же. Смолокурение производство. Руководство для кустарей, техников и инструкторов. М. 1925 г. 100 стр. 19 рис. Ц. 80 к.
- Его же. Углежжение костровое и печное. Руководство для кустарей и заводских рабочих. М. 1925 г. 40 стр. 9 рис. Ц. 25 к.

- Слудский, Н. Ф. Как надо считать. Точные вычисления. Руководство для всех. М. 1925 г. 72 стр. Ц. 1 р. 10 к.
- Таблицы для перевода русск. мер в метрич. и обратно. (Одобрено Метрической Комиссией). Изд. 6-е. М. 1924 г. 62 стр. Ц. 30 к.
- Таблицы для взаимного перевода цен русских и метрических мер. М. 1925 г. 64 стр. Ц. 40 к.
- Трутовский, А. С. Домашнее изготовление прочных, удобных и дешевых сандалий. Практич. руководство. М. 1925 г. 32 стр. 19 рис. Ц. 25 к.
- Четвериков, С. С., инж. Производство и пересечка напильников. М. 1925 г. 44 стр. 49 рис. Ц. 70 к.
- Швайгер, А., проф. О материалах электрической изоляции. Б. 1922 г. 56 стр. 20 рис. Ц. 40 к.
- Шелавин, Н. Н., инж. Грунтовые дороги. Кратк. руков. по постройке, содержанию и ремонту. М. 1924 г. 184 стр. 159 рис. Ц. 1 р. 35 к.
- Шенкер, В., инж. Электрические подъемники пассажир. и грузов. с рычажн. и кнопочн. управл. для постоянн. и перемен. (одно- и трехфазного) токов. Перев. под ред. проф. В. А. Александро-ва. М. 1925 г. 122 стр. 110 рис. Ц. 1 р. 80 к.
- Шмидт, Оскар, проф. д-р. Химия для техников. М. 1925 г. 192 стр. 58 рис. Ц. 2 р.

## ТЕХНИЧЕСКАЯ КНИГА

(около 10.000 названий)

доставляется ПОЧТОВОЙ ЭКСПЕДИЦИЕЙ Государственного Технического Издательства быстро и аккуратно.

При заказе свыше 10 руб. пересылка за счет Издательства.

Заказы исполняются: в 1-ю очередь — оплаченные, во 2-ю — авансированные, в 3-ю — прочие.

Обращаться по адресу: Москва, Волонка, 6, тел. 2-70-69.

Каталог высылается по получении двух восьмидесятикопеечных марок.

## „ГОСТЕХИЗДАТ“

Правление:	Москва, Ильинка, Юшков пер., д. 6,	тел. 5-56-34.
Торговый отдел:	" " " " "	5-74-17, 4-32-60.
Бухгалтерия:	" " " " "	6-13-81.
Склад:	" Покровка, д. 28,	" 4-91-28.

## КНИЖНЫЕ МАГАЗИНЫ:

### МОСКВА.

Тверская ул., д. 26, тел. 5-53-47.

Петровка, 10, тел. 1-95-34.

Разгуляй, 38/2, тел. 1-95-51.

Мясницкая, д. 1-6, тел. 4-39-09.

Арбат, 8, тел. 5-44-69.

ЛЕНИНГРАД. Пр. Володарского, 59

(ул. Пр. 25 Октября), тел. 4-98-83.

Ватопольный пр., 4, тел. 1-00-37.

Н.-НОВГОРОД. Ул. Свердлова, 24,

тел. 18-32.

ХАРЬКОВ. Ул. 1-го Мая, тел. 1-01.

КИЕВ. Ул. Воровского, 34, тел. 57-08.

РОСТОВ. Ул. Фр. Энгельса, 69.

КАЗАНЬ. Б. Проломная, 28 а.

СВЕРДЛОВСК. Ул. Ив. Математика, 58-а.

## ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВА:

ОРЕЛ. Карачевская, 23.

БАКУ. Ул. Шаумяна, 20. (Агроспадат).

ЯРОСЛАВЛЬ. Линия Социализма, 5.

(Комп. т-во „Книгоноша“).

**Цена 80 коп.**